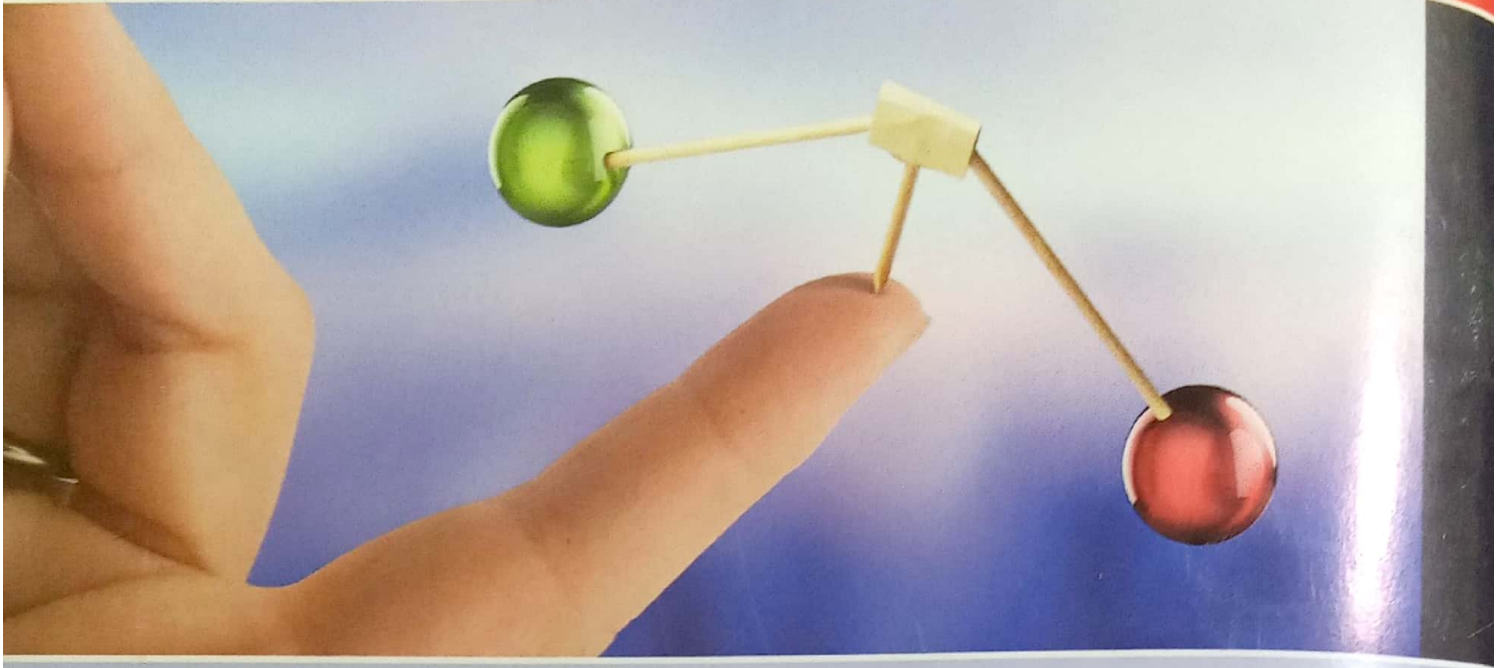


**made by Mansy**

صلى ع النبي وإدعيلى دعوة حلوة

**#دفعة المنوفية 2022**

**#قناة تالتة ثانوى 2022**



# بنك الأسئلة

والامتحانات التدريبية

الجزء الخاص بالإجابات

المحلول

إعداد نخبة من خبراء التعليم

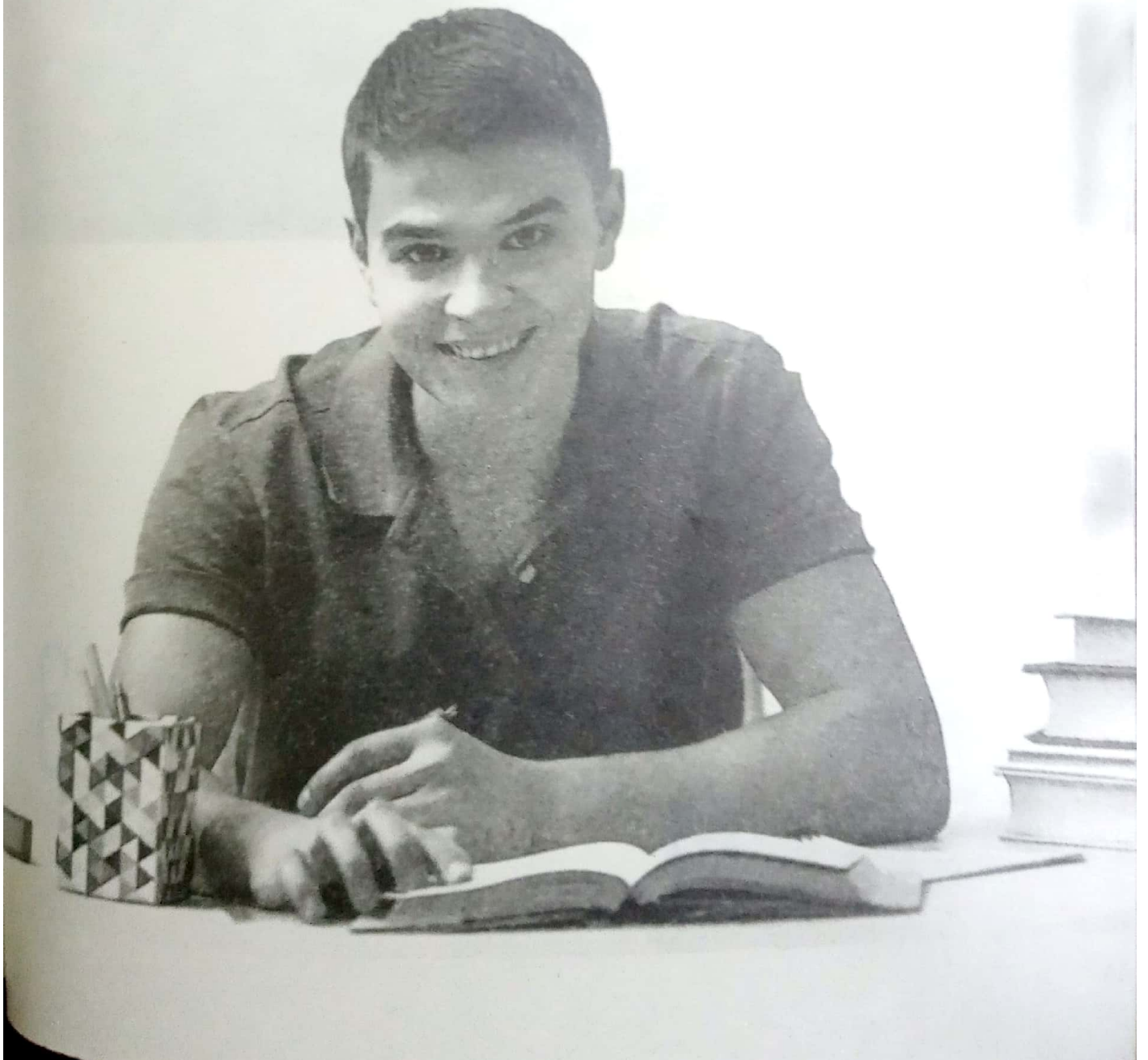
3

ثانوى

2022

إجابات

بنك أسئلة الاختيار من متعدد





### مسائل على اللوحات

أولاً

١	ج	٢	ب	٣	ج	٤	أ	٥	د
٦	ج	٧	أ	٨	د	٩	ج	١٠	ب
١١	أ	١٢	ب	١٣	ب	١٤	أ	١٥	ب
١٦	ج	١٧	أ	١٨	ج	١٩	ج	٢٠	ب
٢١	ج	٢٢	د	٢٣	ج	٢٤	ج	٢٥	أ
٢٦	ج	٢٧	د	٢٨	ج	٢٩	ب	٣٠	ج
٣١	ب	٣٢	ب	٣٣	ب	٣٤	د	٣٥	ج
٣٦	ج	٣٧	ب	٣٨	ب	٣٩	د	٤٠	د
٤١	ج	٤٢	أ	٤٣	أ	٤٤	د	٤٥	د
٤٦	ب	٤٧	ج	٤٨	ج	٤٩	ب	٥٠	ب
٥١	ب	٥٢	أ	٥٣	أ	٥٤	أ	٥٥	أ
٥٦	ب	٥٧	أ	٥٨	أ	٥٩	ج	٦٠	د
٦١	ج	٦٢	د	٦٣	ج	٦٤	أ	٦٥	ج
٦٦	أ	٦٧	ج	٦٨	ج	٦٩	ب	٧٠	أ
٧١	د	٧٢	د	٧٣	أ	٧٤	ج	٧٥	ب
٧٦	د	٧٧	د	٧٨	ج	٧٩	د	٨٠	ج

٨١ : ب  
٨٢ : أولاً : ج  
٨٣ : أولاً : أ

ثانياً

### مسائل على العزوم

١	أ	٢	ج	٣	أ	٤	د	٥	د
٦	أ	٧	ب	٨	أ	٩	د	١٠	أ
١١	ب	١٢	ج	١٣	ب	١٤	د	١٥	ج
١٦	أ	١٧	ب	١٨	ج	١٩	ج	٢٠	أ
٢١	ج	٢٢	د	٢٣	أ	٢٤	ج	٢٥	أ
٢٦	ج	٢٧	ب	٢٨	ب	٢٩	ب	٣٠	ج
٣١	ب	٣٢	ب	٣٣	ب	٣٤	ب	٣٥	ج
٣٦	أ	٣٧	أ	٣٨	ب	٣٩	ج	٤٠	ب
٤١	د	٤٢	د	٤٣	ج	٤٤	ب	٤٥	أ
٤٦	ب	٤٧	د	٤٨	ب	٤٩	أ	٥٠	د
٥١	ب	٥٢	ج	٥٣	ب	٥٤	د	٥٥	أ
٥٦	ج	٥٧	ج	٥٨	أ	٥٩	ب	٦٠	د
٦١	ج	٦٢	د	٦٣	ج	٦٤	ج	٦٥	ج
٦٦	ج	٦٧	أ	٦٨	ب	٦٩	ج		

٢

١	د	٢	ج	٣	ب	٤	أ	٥	ب
٦	ج	٧	ج	٨	أ	٩	د	١٠	ب
١١	أ	١٢	أ	١٣	ب	١٤	ب	١٥	د
١٦	ج	١٧	د	١٨	د	١٩	أ	٢٠	ج
٢١	ب	٢٢	ب	٢٣	ج	٢٤	أ	٢٥	د
٢٦	ج	٢٧	ج	٢٨	ج	٢٩	د	٣٠	ب
٣١	أ	٣٢	ب	٣٣	أ	٣٤	أ	٣٥	ج
٣٦	ب	٣٧	ج	٣٨	ب	٣٩	أ	٤٠	ب
٤١	أ	٤٢	د	٤٣	ب	٤٤	ب	٤٥	د
٤٦	أ	٤٧	ج						

٣

١	ب	٢	أ	٣	د	٤	ب	٥	أ
٦	ب	٧	ج	٨	أ	٩	د	١٠	ب
١١	ب	١٢	ب	١٣	أ	١٤	أ	١٥	أ
١٦	ج	١٧	أ	١٨	ب				

١	ج	٢	ب	٣	ج	٤	أ	٥	أ
٦	أ	٧	ج	٨	د	٩	ج	١٠	د
١١	أ	١٢	أ	١٣	ب	١٤	أ	١٥	ب
١٦	ب	١٧	أ	١٨	ج	١٩	د	٢٠	ج
٢١	ج	٢٢	ج	٢٣	ب	٢٤	ب	٢٥	أ
٢٦	أ	٢٧	د	٢٨	د	٢٩	د	٣٠	ج
٣١	أ	٣٢	أ	٣٣	ب	٣٤	ب	٣٥	ب
٣٦	د	٣٧	أ	٣٨	ج	٣٩	أ	٤٠	ج
٤١	أ	٤٢	ب	٤٣	ج	٤٤	د	٤٥	ج
٤٦	ب	٤٧	أ	٤٨	ب	٤٩	ب	٥٠	أ
٥١	ب	٥٢	ج	٥٣	ج	٥٤	ج	٥٥	ج
٥٦	أ	٥٧	د	٥٨	ب	٥٩	أ	٦٠	ب
٦١	ج	٦٢	ب	٦٣	د	٦٤	ب	٦٥	ج



## رابطا مسائل على الشبان العام

١	د	٢	ب	٣	د	٤	ب
٦	د	٧	ب	٨	ب	٩	د
١١	د	١٢	ب	١٣	د	١٤	د
١٦	ب	١٧	د	١٨	ب	١٩	ب
٢١	ب	٢٢	د	٢٣	ب	٢٤	ب
٢٦	د	٢٧	د	٢٨	ب	٢٩	ب
٣١	د	٣٢	ب	٣٣	د	٣٤	د
٣٦	د	٣٧	د	٣٨	د	٣٩	د
٤١	د	٤٢	ب	٤٣	د	٤٤	ب
٤٦	د	٤٧	ب	٤٨	د	٤٩	ب
٥١	ب	٥٢	د	٥٣	ب	٥٤	ب
٥٦	د	٥٧	د	٥٨	ب	٥٩	د
٦١	د	٦٢	د	٦٣	ب	٦٤	ب
٦٦	ب	٦٧	د	٦٨	د	٦٩	د
٧١	ب	٧٢	د	٧٣	ب	٧٤	ب

## خامسا مسائل على اللوحات

١	ب	٢	د	٣	د	٤	د
٦	ب	٧	ب	٨	ب	٩	ب
١١	د	١٢	ب	١٣	د	١٤	ب
١٦	ب	١٧	د	١٨	د	١٩	ب
٢١	د	٢٢	د	٢٣	د	٢٤	ب
٢٦	ب	٢٧	د	٢٨	ب	٢٩	ب
٣١	ب	٣٢	ب	٣٣	ب	٣٤	ب
٣٦	د	٣٧	د	٣٨	ب	٣٩	ب
٤١	ب	٤٢	د	٤٣	د	٤٤	د
٤٦	ب	٤٧	د	٤٨	ب	٤٩	د
٥١	ب	٥٢	د	٥٣	ب	٥٤	ب
٥٦	د	٥٧	د	٥٨	ب	٥٩	د
٦١	ب	٦٢	د	٦٣	د	٦٤	ب
٦٦	ب	٦٧	د	٦٨	د	٦٩	ب
٧١	د	٧٢	ب	٧٣	ب	٧٤	د
٧٦	ب	٧٧	ب	٧٨	ب	٧٩	ب
٨٢	د	٨٣	ب	٨٤	ب	٨٥	ب
٨٧	د	٨٨	د	٨٩	د	٩٠	ب
٩٢	ب	٩٣	د	٩٤	ب	٩٥	ب
٩٧	ب	٩٨	د	٩٩	ب	١٠٠	ب

٧٩ أولاً : ب

٨٠ ثانياً : ب

١	ب	٢	د	٣	د	٤	د
٦	ب	٧	ب	٨	ب	٩	ب
١١	د	١٢	ب	١٣	د	١٤	ب
١٦	د	١٧	ب	١٨	ب	١٩	ب
٢١	ب	٢٢	ب	٢٣	ب	٢٤	ب
٢٦	ب	٢٧	ب	٢٨	ب	٢٩	ب
٣١	ب	٣٢	ب	٣٣	ب	٣٤	ب
٣٦	ب	٣٧	ب	٣٨	ب	٣٩	ب
٤١	ب	٤٢	ب	٤٣	ب	٤٤	ب
٤٦	ب	٤٧	ب	٤٨	ب	٤٩	ب
٥١	ب	٥٢	ب	٥٣	ب	٥٤	ب
٥٦	ب	٥٧	ب	٥٨	ب	٥٩	ب
٦١	ب	٦٢	ب	٦٣	ب	٦٤	ب
٦٦	ب	٦٧	ب	٦٨	ب	٦٩	ب
٧١	ب	٧٢	ب	٧٣	ب	٧٤	ب

## ثانياً مسائل على القوى المتوازية

١	ب	٢	د	٣	د	٤	ب
٦	ب	٧	ب	٨	ب	٩	ب
١١	د	١٢	ب	١٣	د	١٤	ب
١٦	د	١٧	ب	١٨	ب	١٩	ب
٢١	د	٢٢	د	٢٣	ب	٢٤	ب
٢٦	ب	٢٧	د	٢٨	ب	٢٩	ب
٣١	د	٣٢	ب	٣٣	ب	٣٤	ب
٣٦	د	٣٧	ب	٣٨	ب	٣٩	ب
٤١	ب	٤٢	د	٤٣	ب	٤٤	ب
٤٦	ب	٤٧	د	٤٨	ب	٤٩	ب
٥١	ب	٥٢	د	٥٣	ب	٥٤	ب
٥٦	ب	٥٧	ب	٥٨	ب	٥٩	ب
٦١	د	٦٢	د	٦٣	ب	٦٤	ب
٦٦	ب	٦٧	د	٦٨	ب	٦٩	ب
٧١	ب	٧٢	د	٧٣	ب	٧٤	ب
٧٦	ب	٧٧	ب	٧٨	ب	٧٩	ب
٨١	د	٨٢	ب	٨٣	ب	٨٤	ب
٨٦	ب	٨٧	ب	٨٨	ب	٨٩	ب
٩١	ب	٩٢	ب	٩٣	ب	٩٤	ب
٩٦	ب	٩٧	ب	٩٨	ب	٩٩	ب
١٠١	ب	١٠٢	ب	١٠٣	ب	١٠٤	ب
١٠٦	ب	١٠٧	ب	١٠٨	ب	١٠٩	ب
١١١	ب	١١٢	ب	١١٣	ب	١١٤	ب
١١٦	ب	١١٧	ب	١١٨	ب	١١٩	ب
١٢١	ب	١٢٢	ب	١٢٣	ب	١٢٤	ب
١٢٦	ب	١٢٧	ب	١٢٨	ب	١٢٩	ب

إجابات الاختيار من متعدد

٤١	أ	٤٢	أ	٤٣	أ	٤٤	ب	٤٥	ب
٤٦	أ	٤٧	ب	٤٨	د	٤٩	ج	٥٠	د
٥١	ج	٥٢	ج	٥٣	ج	٥٤	أ	٥٥	ج
٥٦	ج	٥٧	أ	٥٨	ب	٥٩	د	٦٠	أ
٦١	ج	٦٢	ج	٦٣	ب	٦٤	د	٦٥	أ
٦٦	أ	٦٧	ج	٦٨	ج	٦٩	د	٧٠	د
٧١	ب	٧٢	ب	٧٣	ج	٧٤	ج	٧٥	ب
٧٦	أ	٧٧	ج	٧٨	ب	٧٩	ب	٨٠	ج
٨١	ب	٨٢	د	٨٣	ب	٨٤	ج	٨٥	ب
٨٦	ب	٨٧	أ	٨٨	ب	٨٩	أ	٩٠	أ
٩١	د	٩٢	ب	٩٣	أ	٩٤	أ	٩٥	ب
٩٦	د	أولاً :	ج	ثانياً :	ج	ثالثاً :	أ	٩٧	ب
٩٨	ج	٩٩	ج	١٠٠	أ	١٠١	ج	١٠٢	ب
١٠٣	أ	١٠٤	ج	١٠٥	ج	١٠٦	أ	١٠٧	ج
١٠٨	د	١٠٩	ب	١١٠	د	١١١	ب	١١٢	أ
١١٣	ب	١١٤	ب						

١٠٢	د	١٠٣	أ	١٠٤	ب	١٠٥	ب	١٠٦	أ
١٠٧	ب	١٠٨	ب	١٠٩	ب	١١٠	ب	١١١	أ
١١٢	د	١١٣	ج	١١٤	د	١١٥	ج	١١٦	ب
١١٧	ج	١١٨	أ	١١٩	د	١٢٠	ج	١٢١	ب
١٢٢	ج	١٢٣	ب	١٢٤	ج	١٢٥	د	١٢٦	د
١٢٧	د	١٢٨	ب						

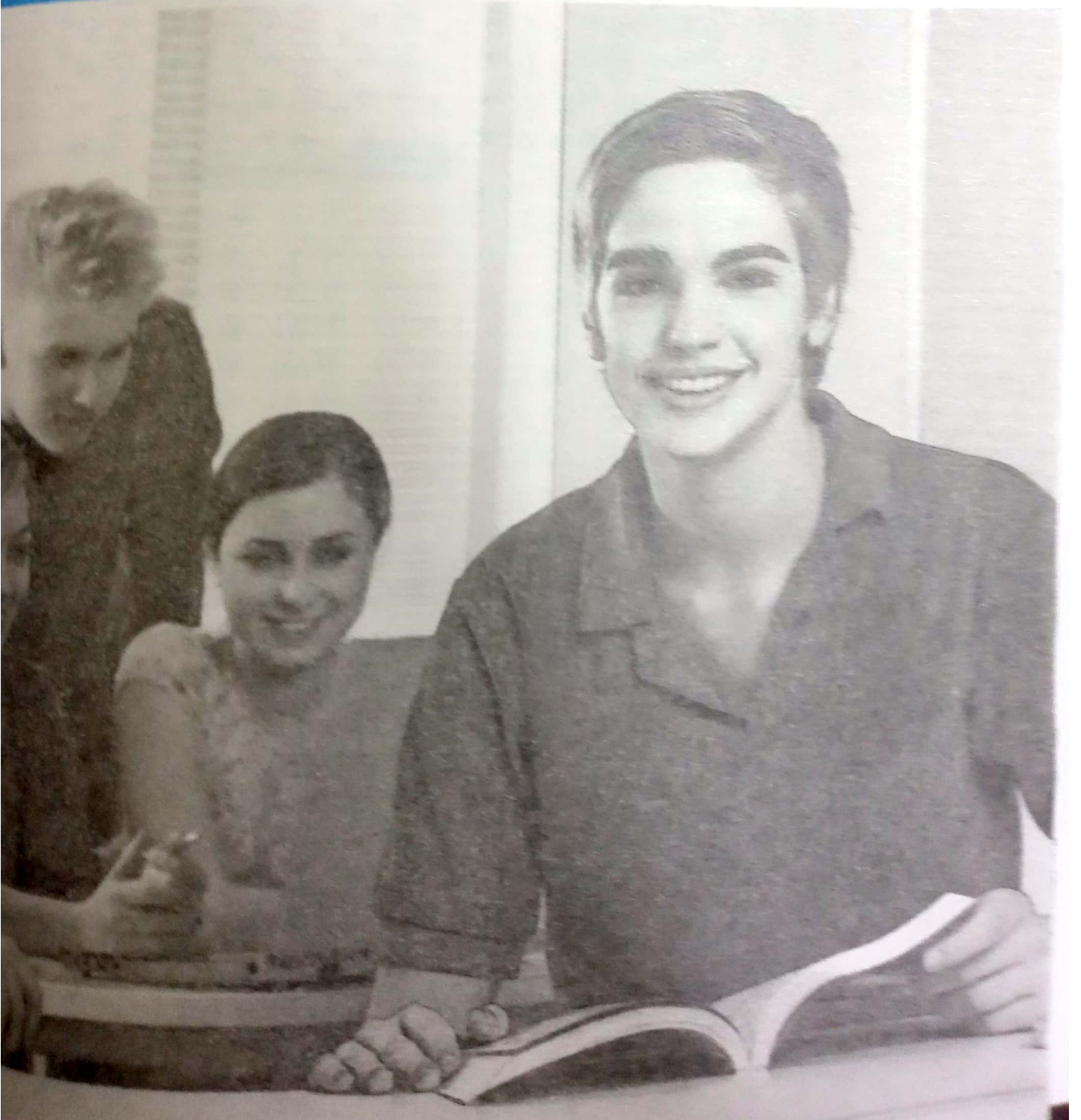
سادساً مسائل على مركز الثقل

١	د	٢	ب	٣	ب	٤	أ	٥	ب
٦	ب	٧	ج	٨	ج	٩	ب	١٠	ج
١١	ب	١٢	ج	١٣	ب	١٤	ج	١٥	د
١٦	ب	١٧	د	١٨	ج	١٩	د	٢٠	ب
٢١	أ	٢٢	أ	٢٣	ب	٢٤	ج	٢٥	ج
٢٦	ج	٢٧	د	٢٨	أ	٢٩	ب	٣٠	ب
٣١	ج	٣٢	أ	٣٣	ج	٣٤	ج	٣٥	ج
٣٦	د	٣٧	د	٣٨	أ	٣٩	ج	٤٠	د



إجابات

## نماذج الامتحانات التدريبية



النموذج الأول

١ ب

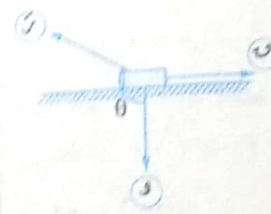
الحل

باستخدام قاعدة لامي :

$$\frac{W}{\sin(\theta - 270^\circ)} = \frac{R}{\sin 90^\circ} = \frac{V}{\sin \theta}$$

$$\frac{W}{\sin \theta} = \frac{R}{1} = \frac{V}{\sin \theta}$$

$$\therefore \frac{W}{\sin \theta} = \frac{V}{\sin \theta} = \frac{R}{1}$$



٢ د

الحل

من معادلات الاتزان

$$S + 40 = 0$$

$$S = -40$$

(١)

$$\therefore S = 30 \text{ ث.كجم.}$$

$$\therefore -40 \times S + 30 \times 40 = 0$$

$$\text{من (١)} : \therefore S = 10 \text{ ث.كجم.}$$

$$\therefore S - 20 = 0 \text{ ث.كجم.}$$

٢ ب

الحل

نوجد أى نقطة على خط عمل  $\vec{W}$

بوضع  $S = 2$  فإن :  $\vec{W} = 3 -$

$\therefore$  النقطة ب  $(2, 3)$

$$\therefore \vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (1, -5)$$

$$\therefore \vec{AB} \times \vec{W} = (1, -5) \times (3, -2) = 7$$

$$\vec{E} \cdot \vec{W} = 7 \times 1 = 7$$

٤ د

الحل

$\therefore$  مجموعة القوى تكون ازدواجاً معيار عزمه  $40 = 40$  نيوتن سم

$$\therefore \vec{E}_1 = \vec{E}_2 = \vec{E}_3 = \vec{E}_4 = 40 \text{ نيوتن سم}$$

$$\therefore \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = 40 + 40 + 40 + 40 = 160 \text{ نيوتن سم}$$

٥ ب

الحل

$$E = 10 \text{ م.} \times 60^\circ \times \text{صفر} + 10 \text{ م.} \times 60^\circ \times 0 = 0 \times 60^\circ \times 0 \text{ نيوتن متر.}$$

٦ د

الحل

$$E = 4 \text{ وحدة قوة.}$$

، بفرض أن المحصلة تؤثر في نقطة  $H \Rightarrow \vec{AB}$

$\therefore$  مجموع عزوم القوى حول  $B =$  عزم المحصلة حول  $B$

$$\therefore 19 \times 4 = 9 \times 4 - 7 \times 4 - 3 \times 4$$

$$\therefore 19 \times 4 = 9 \times 4 - 7 \times 4 - 3 \times 4 \Rightarrow 19 \times 4 = 4 \times 4 \Rightarrow 19 = 4 \text{ سم}$$

٧ د

الحل

$$\therefore \vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (3, 4, 0) - (0, 4, 12) = (3, 0, -12)$$

$$(3, 0, -12)$$

$$\therefore \vec{W} = \frac{(3, 0, -12)}{\sqrt{144 + 16 + 9}} \times 12 = (3, 0, -12)$$

$$\therefore \vec{W} \times \vec{AB} = (3, 0, -12) \times (3, 0, -12) = 0$$

$$\begin{vmatrix} \vec{E} & \vec{W} & \vec{S} \\ 0 & 4 & 3 \\ 12 & 4 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$= 48 - 36 = 12$$

٨ ج

الحل

معادلات الاتزان

$$S = 200 \text{ نيوتن}$$

$$S = 200 \times \frac{3}{5} = 120 \text{ نيوتن}$$

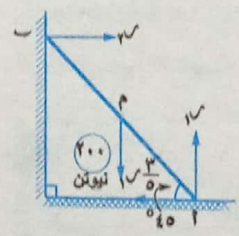
$$\therefore S = 120 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore S = 120 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore S = 120 \text{ نيوتن}$$

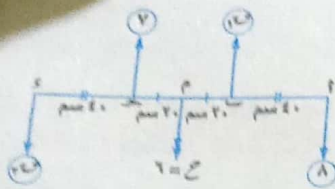
$$\therefore S = 120 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore S = 120 \text{ نيوتن}$$





١٣ الحل



∴ محصلة القوى = 6 نيوتن (لأسفل)

$$6 = 7 - 1 - 1 + 8 ∴$$

$$0 = 1 - 1 - 1 + 8 ∴$$

∴ مجموع عزوم القوى حول (ب) = عزم المحصلة حول (ب)

$$20 \times 6 = 80 \times 1 + 40 \times 7 - 40 \times 8 ∴$$

$$∴ 9 = 6 \text{ نيوتن}$$

$$\text{من (١)} ∴ 4 = 1 \text{ نيوتن}$$

$$∴ 13 = 1 + 12 \text{ نيوتن}$$

١٤ ك

الحل

$$∴ \frac{4}{7} = \frac{1}{1} ∴$$

$$∴ 4 = 1, 7 = 1, 3 = 1 ∴$$

$$∴ \frac{20}{4} = \frac{10}{1} = \frac{10}{1} ∴ \frac{20}{1} = \frac{10}{1} = \frac{10}{1} ∴$$

$$∴ 10 = 1 \text{ ثجم}$$

١٥ ج

الحل

معادلات الاتزان :

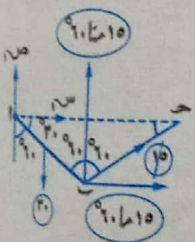
$$0 = 10 + 10 \text{ ما } 60 ∴$$

$$∴ 10 = 10 \text{ ما } 60 \text{ نيوتن}$$

$$20 = 10 + 10 \text{ ما } 60 ∴$$

$$∴ 40 = 10 \text{ ما } 60 \text{ نيوتن}$$

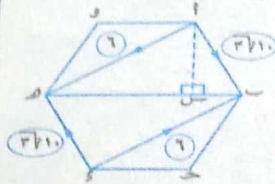
$$∴ 120 = 10 \text{ ما } 60 ∴$$



١٦ ج

الحل

$$0 = 10 \text{ ما } 60 + 10 \text{ ما } 60 + 10 \text{ ما } 60 ∴$$



٩ ا

الحل

$$∴ \text{القوتين } (3\sqrt{10}, 3\sqrt{10})$$

تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (١, ١)

$$3\sqrt{10} \times 3\sqrt{10} = 1 ∴$$

$$= 30 \text{ ل نيوتن سم}$$

∴ القوتين (6, 6) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (١, ١)

$$6 = 1 \text{ ل نيوتن سم}$$

$$∴ 24 = 6 + 18 = 1 \text{ ل نيوتن سم}$$

$$∴ \text{معيار عزم الازدواج } = 24 \text{ ل نيوتن سم}$$

١٠ ا

الحل

$$∴ 4 = 1 \text{ ل نيوتن سم}$$

$$∴ 3 = 1 \text{ ل نيوتن سم}$$

$$∴ 12 = 1 \text{ ل نيوتن سم}$$

١١ ب

الحل

بفرض أن المحصلة تؤثر فى نقطة ح ∴

$$∴ 12 = 1 \text{ ل نيوتن سم}$$

$$120 = 1 \text{ ل نيوتن سم}$$

$$∴ 40 = 1 \text{ ل نيوتن سم}$$

، بفرض أن المحصلة بعد تبديل القوتين مكانيهما تؤثر

فى ح ∴

$$∴ 12 = 1 \text{ ل نيوتن سم}$$

$$60 = 1 \text{ ل نيوتن سم}$$

$$∴ 20 = 1 \text{ ل نيوتن سم}$$

∴ نقطة تأثير المحصلة تتحرك مسافة = 20 سم

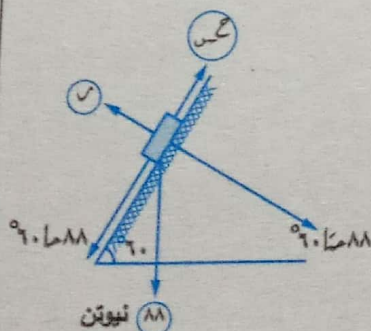
١٢ ب

الحل

من الإتزان :

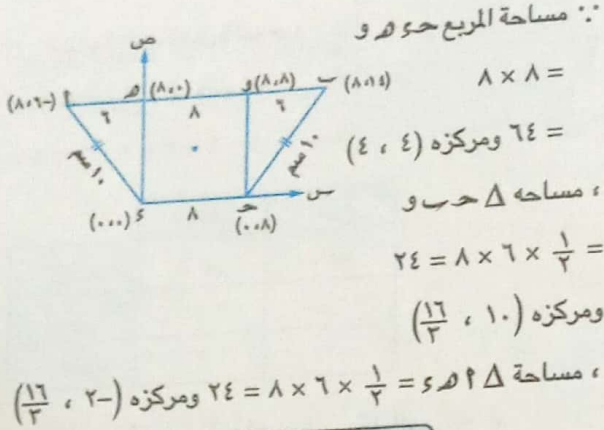
$$88 \text{ ما } 60 = 1 \text{ ل نيوتن سم}$$

$$44 = 1 \text{ ل نيوتن سم}$$



٢٠

الحل



الكتلة	٢٤	٢٤	٦٤
س	٢-	١٠	٤
ص	$\frac{16}{3}$	$\frac{16}{3}$	٤

$$س = \frac{2- \times 24 + 10 \times 24 + 4 \times 64}{24 + 24 + 64} = ٤$$

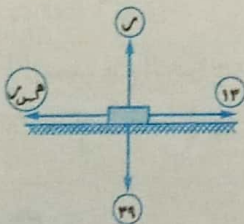
$$ص = \frac{\frac{16}{3} \times 24 + \frac{16}{3} \times 24 + 4 \times 64}{24 + 24 + 64} = \frac{22}{3}$$

∴ مركز ثقل الصفيحة هو  $(\frac{22}{3}, 4)$

٢١

الحل

محصلة القوتين الذي مقدارها ٥، ١٢ ث.كجم =  $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13$  ث.كجم



من الإلتزان :  $س = 39$  ث.كجم

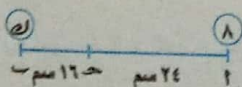
$$١٢ = س$$

$$١٢ = 39 \times س$$

$$\frac{1}{3} = س$$

٢٢

الحل



∴ حـ مركز ثقل الكتلتين

$$\frac{ل}{8} = \frac{ح}{24}$$

$$\frac{ل}{8} = \frac{24}{16}$$

$$∴ ل = 12 \text{ كجم}$$

$$\vec{P} = (0, \sqrt{2}2, \sqrt{2}3)$$

$$\begin{vmatrix} \vec{e} & \vec{v} & \vec{s} \\ 0 & \sqrt{2}2 & \sqrt{2}3 \\ \sqrt{2}4 & \sqrt{2}4 & 0 \end{vmatrix} = \vec{e}240 + \vec{v}240 - \vec{s}160 =$$

٢٣

الحل

$$\sqrt{2}2 = 10 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = س$$

$$\sqrt{2}2 \geq ح > 0$$

$$[\sqrt{2}2, 0] \ni ح$$

٢٤

الحل

إحداثي مركز ثقل كل جزء :

مركز و حـ هو  $(6, 4, 5)$  وطوله = ١٥ وحدة طول

مركز ب حـ هو  $(6, 11\frac{1}{3})$  وطوله = ١٣ وحدة طول

مركز و ب هو  $(0, 7)$  وطوله = ١٤ وحدة طول

الكتلة	١٤	١٣	١٥
س م	٧	١١,٥	٤,٥
ص م	٠	٦	٦

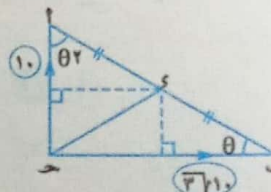
$$س = \frac{7 \times 14 + 11,5 \times 13 + 4,5 \times 15}{14 + 13 + 15} = 7,٥$$

$$ص = \frac{0 + 6 \times 13 + 6 \times 15}{14 + 13 + 15} = ٤$$

$$∴ \text{مركز ثقل السلك} = (4, 7, ٥)$$

٢٥

الحل



∴ المحصلة يمر بالنقطة و

∴ حـ = صفر

$$0 = 20 \times 10 - \theta \times 30$$

$$\theta \times 20 = 200$$

$$\theta \times 20 = 200$$

$$0 = (20 - \theta \times 2) \times 20$$

$$\theta = 0 \text{ ومنها } \theta = 0 \text{ (مرفوضة)}$$

$$∴ \theta = 30 \text{ } \frac{30}{2} = \theta \text{ } ∴ \theta = 30$$



## النموذج الثاني

١ ١

الحل

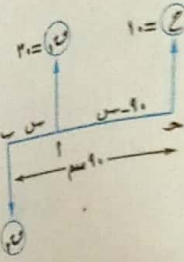
∴ جيب زاوية الاحتكاك  $\frac{4}{5}$   
القيمة النهائية لقوة الاحتكاك  $12$   
∴  $9 = \frac{4}{3} \div 12$  نيوتن

∴ طال  $\frac{4}{3}$   
∴ وطال  $12$

١ ٢

الحل

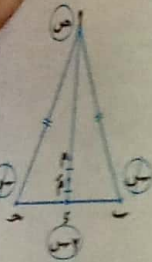
∴  $10 < 12$   
∴  $10$ ،  $12$  في اتجاهين متضادين  
∴  $20 = 10 - 10 = 0$  ثكجم  
 $90 \times 20 = (10 - 90) \times 20$   
∴  $60 = 10 - 90$   
∴  $20 = 10$  سم



٢ ٢

الحل

∴ مركز ثقل الكتلتين  $10$ ،  $20$  يؤثر في النقطة  $5$   
∴ مركز ثقل الكتلتين  $10$ ،  $20$  يقع في منتصف  $5$   
∴  $\frac{1}{5} = \frac{20}{10}$   
∴  $\frac{1}{5} = \frac{20}{10}$   
∴  $10 = 20$  سم



١ ٣

الحل

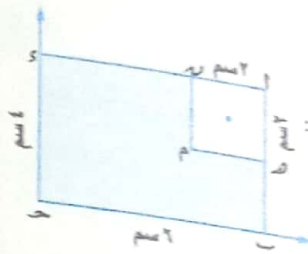
باستخدام قاعدة لامي:  
 $\frac{1}{(10 + 20) \sin 120^\circ} = \frac{1}{120 \sin 120^\circ} = \frac{1}{120 \sin 120^\circ}$   
في حالة  $120^\circ = 120^\circ$  فإن  $120^\circ = 120^\circ$   
∴  $\frac{1}{120 \sin 120^\circ} = \frac{1}{120 \sin 120^\circ} = \frac{1}{120 \sin 120^\circ}$   
∴  $120 = 120$



٢ ٣

الحل

∴ مساحة المستطيل  $12 \times 6 = 72$   
مساحة المربع  $6 \times 6 = 36$   
∴  $12 : 6 = 2 \times 2 : 6 \times 6 = 1 : 6$



المربع	المستطيل	الكتلة
6	6	6
5	3	3
3	2	2

∴  $2,6 = \frac{12}{6} = \frac{5 \times 6 - 3 \times 6}{6 - 6} = 1,8$   
∴  $1,8 = \frac{9}{6} = \frac{3 \times 6 - 2 \times 6}{6 - 6} = 1,8$   
∴ بعدا مركز ثقل الجزء المتبقى عن كل من  
حد  $1,8$  سم، حد  $2,6$  سم،  $1,8$  سم

٢ ٤

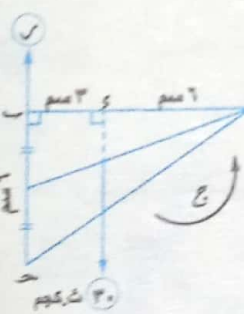
الحل

∴ المجموعة تكافئ إزدواج  
∴  $\frac{1,5 - 1}{6} = \frac{1}{6}$   
∴  $\frac{1,5 - 1}{3} = \frac{1}{3}$   
∴  $1 - 1 = 0$   
∴  $6 = 6$  نيوتن  
∴ معيار عزم الإزدواج  $2 \times \text{مساحة شبه المنحرف} = 12$   
∴  $12 = \frac{1}{2} \times 3 \times (1 + 4) = 12$  نيوتن سم

٢ ٥

الحل

∴ عزم الازدواج الناتج عن  
القوتين  $(30, 12)$   
يساوي  $30 \times 20 = 600$  ثكجم سم  
∴ القياس الجبري لعزم الازدواج  
المؤثر في مستوى الصفيحة  
وجعلها تتزن  $90 = 600$  ثكجم سم



٩ ب

الحل

$$\begin{aligned} \vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3 & \text{ تكون إزدواج} \\ \therefore \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 & = \vec{0} \\ \therefore (1+1+1, 1+1+1, 1+1+1) & = (3, 3, 3) \\ \therefore \vec{r} & = (2-1-1, 2+1) \\ & = (0, 3) \\ & = 3\hat{j} \\ \text{ومنها } 2 & = 1 \\ \therefore 2-1-1 & = 0 \\ \therefore 2-2+1 & = 1 \\ \therefore 2 & = 1+1 \end{aligned}$$

١٠ ا

الحل

$$\begin{aligned} \therefore \text{الساق متزنة} \\ \therefore \text{ج} & = \text{صفر} \\ \therefore \text{ج} & = 10 \text{ كجم} \\ \therefore \text{ج} & = \text{صفر} \\ \therefore \text{ج} & = 20 \text{ كجم} \\ \therefore 14 \times 1 & = 1 \times 40 \\ \therefore 14 \times 1 & = 1 \times 40 \\ \therefore 14 \times 1 & = 1 \times 40 \\ \therefore 14 \times 1 & = 1 \times 40 \end{aligned}$$

١١ ب

الحل

$$\begin{aligned} \text{س} & = \frac{0 \times 14 + 20 \times 1}{14 + 1} \\ \therefore 18 + 1 & = 20 \\ \therefore 1 & = 6 \text{ كجم} \end{aligned}$$

١٢ ب

الحل

$$\begin{aligned} \text{في } \Delta \text{ م ب} \\ \text{م} & = 9 \text{ سم، م} = 12 \text{ سم، م} = 15 \text{ سم} \\ \text{طول العمود الساقط من م على ب} & = \frac{12 \times 9}{15} = 7.2 \text{ سم} \\ \therefore \text{طول البعد العمودي بين القوتين} & = 7.2 \times 2 = 14.4 \text{ سم} \\ \therefore \text{القياس الجبري لعزم الإزدواج} & = 14.4 \times 50 = 720 \text{ نيوتن.سم} \end{aligned}$$

١٣ ب

الحل

$$\begin{aligned} \text{من معادلات الاتزان} \\ \text{س} & = 10 \text{ ما } 45^\circ \\ \text{ص} & = 10 \text{ ما } 45^\circ + 60 \\ \text{ج} & = \text{صفر} \end{aligned}$$

٥ ج

الحل

$$\begin{aligned} \text{نفرض أن النقطة ب} & = (0, 1, 0) \\ \vec{r}_1 \times \vec{r}_2 & = (1, 2, 1) \times (0, 1, 0) \\ & = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \\ & = \hat{i}(2 \cdot 0 - 1 \cdot 1) - \hat{j}(1 \cdot 0 - 1 \cdot 0) + \hat{k}(1 \cdot 1 - 2 \cdot 0) \\ & = -\hat{i} + \hat{k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2\| & = \sqrt{(-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2} \\ \therefore \|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2\| & = \sqrt{2} \\ \therefore \|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2\| & = \sqrt{2} \\ \therefore \|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2\| & = \sqrt{2} \end{aligned}$$

١٤ د

الحل

$$\begin{aligned} 20 \times 12 & = 50 \times 12 \\ \therefore 6 & = 18 \text{ نيوتن} \end{aligned}$$

٢ ب

الحل

$$\begin{aligned} \text{باعتبار أن الكتلتين ٥ كجم، ٤ كجم} \\ \text{كتلة واحدة ٩ كجم على المستوى} \\ \text{من الاتزان: م} & = 9 \text{ كجم} \\ \text{م} & = 3 + 7 \\ \therefore \text{م} & = 9 \times 4 \\ \therefore \text{م} & = \frac{4}{9} \end{aligned}$$

٨ ا

الحل

$$\begin{aligned} \text{بفرض أن الكتلة المعلقة عند ب وزنها ٥ كجم} \\ \therefore \text{الإزدواج لا يتزن إلى مع إزدواج آخر ١٠ كجم متر} \\ \therefore \text{القوى التي مقاديرها ١٠، م، ٥ كجم} \\ \text{تكون إزدواج القياس الجبري لعزمه ج} \\ \text{حيث ج} & = 10 - 2 \times 20 - 30 \times 10 \\ & = -50 \\ \therefore \text{الكتلة المعلقة عند ب} & = 5 \text{ كجم} \end{aligned}$$



١٦

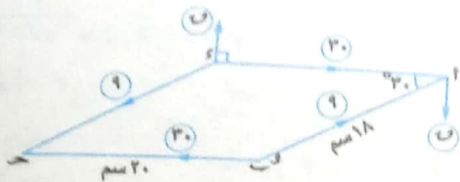
الحل

ع<sub>م</sub> المحصلة = ع<sub>م</sub> لمجموعة القوى

$$200 \times 2 + 100 \times 3 + 100 \times 3 = 20 \times 10$$

$$300 - 400 = (3 - 1) \therefore$$

$$1 = 3 - 1 \therefore$$



القياس الجبري لعزم الإزدواج المحصل

$$ع_م = 20 \times 9 = 20 \times 30 - 30 \times 18 = 180 - 540 = -360 \text{ ثجم سم}$$

القوتان (3، 1) تكونان إزدواج قياس الجبري ع<sub>م</sub> = -360

$$\therefore 180 = 20 \times 9 \therefore 9 = 3 \text{ ثجم}$$

١٨

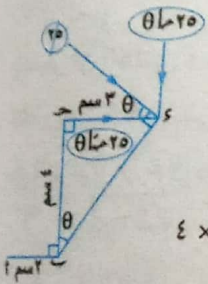
الحل

القياس الجبري لعزم القوة ع<sub>م</sub>

= مجموع عزوم مركبتها حول ؟

$$4 \times \frac{4}{5} \times 20 - (2 + 3) \times \frac{3}{5} \times 20 =$$

$$= -70 - 80 = -150 \text{ نيوتن. سم}$$



١٩

الحل

بفرض أن النقطة (س، ص) تقع على خط عمل ع<sub>م</sub>

$$\therefore (س، ص) \times (2، 3) = 10$$

$$\therefore (س - 2) \times 3 = 10$$

$\therefore$  معادلة خط عمل ع<sub>م</sub> هي:  $س - 2 = 10$

$$بوضع س = 0$$

$$\therefore 3 - 10 = 0$$

$$\therefore ص = 0$$

$\therefore$  خط عمل ع<sub>م</sub> يقطع محور ص في النقطة (0، 0)

$$ع_م = 3 \times 6 = 18$$

$$ع_م = 3 \times 6 = 18$$

وبالتعويض في (2)

$$ع_م = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 3 + 3 = 3 + \frac{3}{\sqrt{2}}$$

وبالتعويض في (1) :  $ع_م = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 3 + 3 = 3 + \frac{3}{\sqrt{2}}$

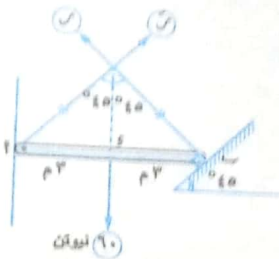
$$ع_م \text{ مقدار رد فعل المحصل} = \sqrt{(3)^2 + (3 + \frac{3}{\sqrt{2}})^2}$$

حل آخر :

باستخدام قاعدة لامي :

$$\frac{ع_م}{\sin 45^\circ} = \frac{3}{\sin 45^\circ}$$

$$ع_م = 3 \times \frac{\sin 45^\circ}{\sin 45^\circ} = 3$$



٢٤

الحل

عندما يكون الرجل عند النقطة ؟

$$8 \times 50 > 2 \times 70 \therefore$$

$\therefore$  اللوح يظل متزنًا

عندما يتحرك الرجل مسافة (س) بعد (5) يكون اللوح على

وشك الدوران حول ؟

$$0 = ع_م$$

$$ع_م = 0 \therefore 0 \times 50 = 2 \times 70 \therefore$$

$$\therefore س = \frac{70}{5} = 14$$

$\therefore$  الرجل يتحرك مسافة  $14 + 5 = 19$

$$= \frac{4}{5} \times 18 \text{ متر}$$

من الطرف ؟ دون أن ينقلب اللوح.

٢٥

الحل

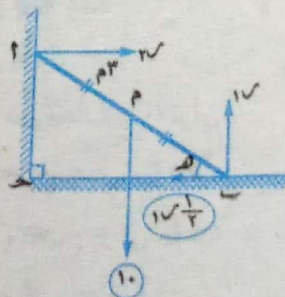
من الإيزان :

$$ع_م = 10 \text{ ثكجم}$$

$$ع_م = \frac{1}{4} \times 10$$

$$\therefore ع_م = 10 \times \frac{1}{4} = 2.5$$

$$\therefore ع_م = 5 \text{ ثكجم}$$



١٧

الحل

$$\therefore (2, 0, 0) \rightarrow (0, 0, 0)$$

$$(2, 0, 0) \rightarrow (0, 0, 0)$$

$$\therefore (2, 0, 0) \rightarrow (0, 0, 0)$$

$$\therefore (2, 0, 0) \rightarrow (0, 0, 0)$$

$$\therefore (2, 0, 0) \rightarrow (0, 0, 0)$$

$$\therefore (2, 0, 0) \rightarrow (0, 0, 0)$$

$$\therefore (2, 0, 0) \rightarrow (0, 0, 0)$$

$$\therefore (2, 0, 0) \rightarrow (0, 0, 0)$$

$$\therefore (2, 0, 0) \rightarrow (0, 0, 0)$$

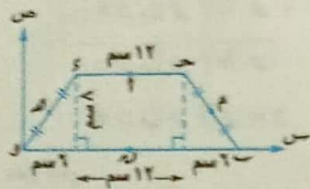
$$\therefore (2, 0, 0) \rightarrow (0, 0, 0)$$

$$\therefore (2, 0, 0) \rightarrow (0, 0, 0)$$

$$\therefore (2, 0, 0) \rightarrow (0, 0, 0)$$

١٨

الحل



∴ هي: ٢٤ : ١٠ : ١٢ : ١٠ =

$$12:5:6:5=$$

عند م	عند م	عند م	عند م	عند م
١٢	٥	٦	٥	١٢
١٢	٢١	١٢	٢	١٢
٠	٤	٨	٤	٠

$$12 = \frac{12 \times 12 + 21 \times 5 + 12 \times 6 + 2 \times 5}{12 + 5 + 6 + 5}$$

$$\frac{22}{5} = \frac{0 \times 12 + 4 \times 5 + 8 \times 6 + 4 \times 5}{12 + 5 + 6 + 5}$$

$$\therefore \left( \frac{22}{5}, 12 \right) = \text{مركز الثقل}$$

١٩

الحل

∴ المجموعة تكافئ ازدواجاً بعد اضافة القوة

$$\frac{u+17}{7} = \frac{u+14}{6} = \frac{u+11}{5}$$

$$\therefore u+70 = u+66$$

$$\therefore u = 4 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore \text{مساحة } \Delta ABC = \frac{1}{2} \times (7-9) \times (6-9) \times 9 = 27$$

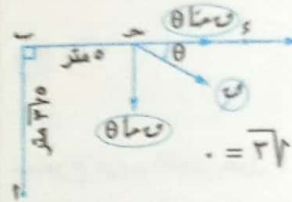
$$27 \times 6 = 162$$

$$\therefore \text{القياس الجبري لعزم الأزواج} = 2 \times 6 \times 2 = 24$$

$$27 \times 6 = 162$$

٢٠

الحل



∴ عزم ق حول نقطة أ ينعدم

$$\therefore 30 \times 0.5 \times \sin \theta = 20 \times 0.4 \times \sin \theta$$

$$\therefore 30 \times 0.5 = 20 \times 0.4$$

$$\therefore 30 = 20$$

$$\therefore \theta = 120^\circ$$

٢١

الحل

∴ الجسمان مصنوعان من نفس المادة وموضوعان على نفس المستوى.

$$\therefore m_1 = m_2$$

بالنسبة للوزن (و)

$$\therefore m_1 = m_2, w_1 = w_2, m_1 = m_2, w_1 = w_2$$

بالنسبة للوزن (و)

$$\therefore m_1 = m_2, w_1 = w_2, m_1 = m_2, w_1 = w_2$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{w_1}{w_2}$$

$$\therefore \frac{m_1}{m_2} = \frac{w_1}{w_2}$$

$$\therefore m_1 = m_2$$

$$\therefore w_1 = w_2$$



٢٥ ج

الحل

مساحة المستطيل =  $8 \times 6 = 48$  سم<sup>٢</sup>

مساحة المربع =  $4 \times 4 = 16$  سم<sup>٢</sup>

النسبة بينهما =  $48 : 16 = 3 : 1$

$$\text{سم} = \frac{6 \times \text{ع} - 4 \times \text{ع}^2}{\text{ع} - \text{ع}^3} = 3$$

$$\text{ص} = \frac{2 \times \text{ع} - 3 \times \text{ع}^2}{\text{ع} - \text{ع}^3} = 3,5$$

∴ مركز الثقل = (3, 3,5)

### النموذج الثالث

١ ا

الحل

بفرض أن مركز ثقل الكتلتين في نقطة م

$$\frac{9}{1} = \frac{6}{20} \quad \text{كجم} \quad \text{متر}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{(6-20)}$$

$$60 = 62 - 62 \quad \text{∴} \quad 12 \text{ متر}$$

٢ د

الحل

من معادلات الاتزان م = ومناه

$$\text{∴} \quad \text{م} = \sqrt{1 + \text{م}^2}$$

$$\text{ومناه} = \sqrt{1 + \text{م}^2}$$

$$\text{ومناه} = \sqrt{1 + \text{م}^2}$$

$$\text{ومناه} = \text{م}$$

حل آخر :

باستخدام قاعدة لامي :

$$\frac{و}{(و + ٩٠^\circ)} = \frac{و}{(و - ١٨٠^\circ)}$$

$$\frac{و}{(و + ٩٠^\circ)} =$$

$$\text{∴} \quad \text{م} = و$$

٣ ج

الحل

∴ عزم القوة م حول النقطة ب يساوي

$$\vec{أ} \times \vec{ب} = (1, 2) \times (3, -2) = (1, -3) \times (1, -2) = \vec{ع} - ٥ = \vec{ع}$$

∴ القياس الجبري لعزم الازدواج = -٥

٤ ب

الحل

$$٤ = (٢٠ + \text{س}) \times ٦$$

$$\text{∴} \quad ٢ = ٨٠ \quad \text{س}$$

$$\text{∴} \quad \text{س} = ٤٠ \text{ سم}$$

أيًا : المحصلة تبعد ٤٠ سم عن القوة الثانية

٥ ج

الحل

∴ المحصلة تؤثر في النقطة هـ

$$\text{∴} \quad \text{ع} = ٠$$

$$\text{∴} \quad ٤ \times ١ + ٤٥ \times ٤ = ٠$$

$$\text{∴} \quad ٠ = ٢ \times ٥ + ٦ \times ٣$$

$$\text{∴} \quad ٨ = ٢ \sqrt{٢} \text{ نيوتن}$$

١ ا

الحل

مجموع عزوم القوى حول أ

= عزم المحصلة حول أ

$$\text{∴} \quad ١٦ \times ٢٥ = ٤٠ \times \text{م}$$

$$\text{∴} \quad \text{م} = ١٠ \text{ ث.ج}$$

٢ ب

الحل

∴ البكرة ملساء فإن الشد في جميع أجزاء الخيط متساوية

وتساوي ٢٠ نيوتن

، قوة الاحتكاك النهائي = م = ٨٠ م

∴ الجسم على وشك الحركة

$$\text{∴} \quad ٨٠ = \text{م} = ٢٠$$

$$\text{∴} \quad \frac{1}{٤} = \text{م}$$

٣ ب

الحل

$$\vec{ع} = (٣ + ٢ - ٥ - ٤) \vec{ي}$$

$$\vec{ع} = -٤ \vec{ي}$$

$$\text{∴} \quad \|\vec{ع}\| = ٤ \text{ نيوتن}$$

∴ مجموع عزوم القوى حول د

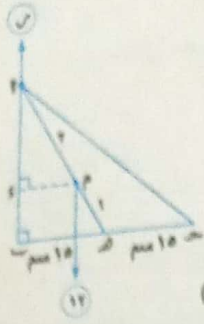
= عزم المحصلة حول د

$$\text{∴} \quad ٥ \times ٤ = ١٠ \times ٢ - ٧ \times ٤ + ٤ \times ٥$$

$$\text{∴} \quad ٧ = \text{م}$$

١٧

الحل



من هندسة الشكل :

$$\Delta \text{ م } ١ \sim \Delta \text{ م } ٢$$

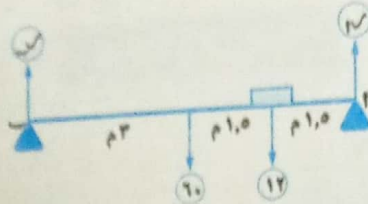
$$\therefore \frac{١٥}{١٠} = \frac{٢}{١}$$

$$\therefore \text{م } ١ = ١٠ \text{ سم}$$

$$\therefore \|\vec{ج}\| = ١٢ \times ١٠ = ١٢٠ \text{ نيوتن سم}$$

١٨

الحل



$\therefore$  اللوح الخشبي في حالة اتزان

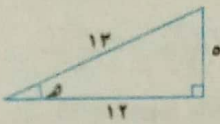
$$\therefore ج = صفر$$

$$\therefore ٠ = ٦ \times ٣ - ٢ \times ٦٠ + ١,٥ \times ١٢$$

$$\therefore \text{م } ٢ = ٣٣ \text{ ث.كجم}$$

١٩

الحل



$\therefore$  الجسم على وشك الانزلاق

تحت تأثير وزنه فقط

$$\text{م } ١ = \text{م } ٢ = \frac{٥}{١٢}$$

٢٠

الحل

$\therefore$  المحصلة هي ٥٠ ث.كجم لأسفل

$$\therefore (٢٥ + ٢٥) - (٤٥ + ١٥) = ٥٠$$

$$\therefore ٣٠ = ٢٥ - ١٥$$

$\therefore$  مجموع عزوم القوى حول  $\uparrow$  = عزم المحصلة حول  $\uparrow$

$$\therefore -٢٥ \times ٢٥ + ٧ \times ٢٥ - ٥ \times ٤٥ + ٢ \times ٢٥ = ٠,٧ \times ٥٠$$

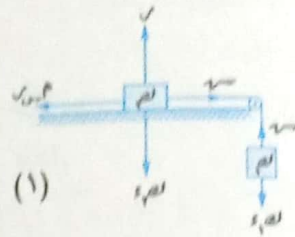
$$\therefore ٢٠ = ٢٥$$

$$\therefore ٥٠ = ١٥$$

$$\therefore \frac{١٥}{٢٥} = \frac{٥٠}{٢٥} = \frac{١٥}{٢٥}$$

٢١

الحل



(١)

(٢)

(٣)

$$\text{م } ١ = ٢ = ٠,٢$$

من اتزان الكتلة  $\text{م } ١$  :

$$\text{م } ٢ = ٤$$

من اتزان الكتلة  $\text{م } ٢$  :

$$\text{م } ٣ = ٤$$

$$\text{م } ٤ = ٤$$

بالتعويض من (١) ، (٢) في (٣) :

$$\therefore ٤ = ٤ \times ٠,٢ \times ٤$$

$$\therefore \frac{١}{٥} = \frac{٢}{١٠} = \frac{٤}{٢٠}$$

٢٢

الحل

$$\uparrow (٠,٠,٠,٠)$$

$$\vec{ج} = \vec{و} \times \vec{أ} = (١,٢,١) \times (٤,٠,٠) = (٠,٠,٠)$$

$$\begin{vmatrix} \vec{و} & \vec{أ} & \vec{ج} \\ ٤ & ٠ & ٠ \\ ١ & ٢ & ١ \end{vmatrix} =$$

$$= -٢\vec{و} + ٤\vec{أ} + ٨\vec{ج}$$

مركبة عزم  $\vec{و}$  حول محور  $\vec{و}$  = ٥  $\therefore$   $\vec{و} = ٥$

$$\therefore (٥,٠,٠,٠)$$

٢٣

الحل

بفرض أن : طول القضيب

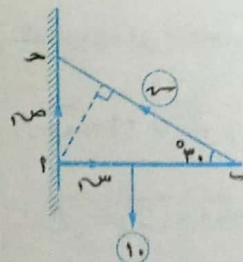
$$= ٢ \text{ ل وحدة طول}$$

$\therefore$  القضيب متزن

$$\therefore ج = ١$$

$$\therefore ٢ \times ٢ \times ٣٠ = ١٠ \times ٢٠$$

$$\therefore ١٠ = ٢٠ \text{ ث.كجم}$$





$$\varepsilon = \frac{1 \times 2 - 2 \times 2 + 6 \times 2}{2 - 2 + 2} = 4$$

∴ مركز ثقل الصفيحة = (4, 8)

$$\sqrt{54} = \sqrt{(9 \times 6)} = 3\sqrt{6} \therefore$$

$$\therefore \frac{0}{x} = 0 \therefore \frac{0}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}^{\frac{1}{2}}}{2} \therefore$$

٢٠

الحل

مساحة المربع أ ب ح د :  
مساحة المستطيل ل م و ه  
 $3 : 8 = 4 \times 6 : 8 \times 8 =$

$$\gamma, \varepsilon = \frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{0 \times \partial \gamma - \varepsilon \times \partial \lambda}{\partial \gamma - \partial \lambda} = \dots \therefore$$

∴ بعداً مركز ثقل الصفيحة عن كل من  
 ب ح ، ب أ هو ٤ ، ٣ سم ، ٤ سم

الحل

$$(28-1, 1, 7-) = \overline{1} - \overline{1} = \overline{1} \therefore$$

متجه وحدة فى اتجاه  $\vec{a}$  =  $\frac{\vec{a}}{\|\vec{a}\|}$  (٢٤-، ١، ٦-)

$$(28, 1, 7) = (28, 1, 7) \cdot \frac{1}{28} \times 28 = 1 \therefore$$

$$\left| \begin{array}{ccc} \overline{6} & \overline{ص} & \overline{س} \\ ٢٤ & . & . \\ ٢٤- & ١ & ٦- \end{array} \right| = \overline{٦} \times \overline{٦} = \overline{٣٦} \therefore$$

٢٧

القياس الجبري لعزم  $\omega$  حول نقطة ب

$$= 4 \times 4 = 16$$

$$= 10 \times \frac{1}{4} \times 4 = 10$$

$= 20$  نيوتن.سم

١٨

$$\frac{v+2v}{1} = \frac{v+1v}{1} = \frac{v+2}{1} = \frac{v+2}{1} \therefore$$

$$1. = 2 \therefore 27 + 18. = 28 + 17. \therefore$$

$$O = \frac{1. + 2.}{7} = \frac{\text{النسبة}}{7} \therefore$$

∴ عزم الازدواج  $= 0 \times (8 \times 6) \times 2 = 0$

پ ۱۹  
الحل

بأخذ الاتجاهين المتعامدين  
← ←  
ح ب ، ح د

کے	۴ کے	کے	۱۰ - کے
۳	۸	۸	۸
۳	۶	۲	۱۰

$$\lambda = \frac{\lambda \times 0 - \lambda \times 0 + \lambda \times 0^2}{0 - 0 + 0^2} = 0$$





②  
الحل

∴ قوة أفقية ، مقدار رد الفعل المحصل  $[12, 6]$

$$6 = \text{س}$$

عندما يكون الجسم على وشك الحركة  
 $12 = \text{س}$

$$1 + \sqrt{1 + \frac{1}{4}} \text{س} = \text{س}$$

$$12 = 1 + \sqrt{1 + \frac{1}{4}} \text{س}$$

$$3\sqrt{1 + \frac{1}{4}} = 11 \quad \therefore 2 = \sqrt{1 + \frac{1}{4}} \quad \therefore 4 = 1 + \frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{قياس زاوية الاحتكاك} = \tan^{-1} \frac{3}{4} = 36.9^\circ$$

④

⑤

الحل

∴ معيار مجموع عزوم القوتين حول ح = 1000 نيوتن.سم

∴ القياس الجبري للعزم  $1000 \pm$  نيوتن.سم

$$1000 \pm 20 \times 40 = 1800 \pm$$

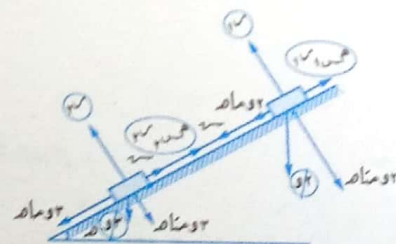
$$1800 \pm = 1000 \pm \frac{2\sqrt{2} \times 20}{2}$$

$$1000 = \frac{2\sqrt{2} \times 20}{2} \quad \therefore 2000 = \frac{2\sqrt{2} \times 20}{2}$$

$$\therefore 120 = \frac{2\sqrt{2} \times 20}{2} \quad \therefore 40 = \frac{2\sqrt{2} \times 20}{2}$$

⑥

الحل



الجسم ذو معامل الاحتكاك الأصغر يوضع أسفل الجسم ذو معامل الاحتكاك الأكبر حتى يتحرك الجسمان معاً والخيط مشدود بينهما.

• بالنسبة للجسم الذي وزنه 3 و :

∴ الجسم على وشك الحركة لأسفل.

$$\therefore 3 + 3 = 6 \text{ س} \quad \therefore 3 + 2 = 5 \text{ س} \quad \therefore 3 = 3 \text{ س}$$

$$\therefore 3 + 2 = 5 \text{ س} \quad \therefore 3 + 2 \times \frac{1}{4} = 3.5 \text{ س}$$

$$= 3 \text{ س} \quad \therefore 2 - 3 = -1 \text{ س}$$

(1)

• بالنسبة للجسم الذي وزنه 2 و :

∴ الجسم على وشك الحركة لأسفل :

$$\therefore 2 + 2 = 4 \text{ س} \quad \therefore 2 + 2 = 4 \text{ س} \quad \therefore 2 = 2 \text{ س}$$

$$\therefore 2 + 2 = 4 \text{ س} \quad \therefore 2 + 2 = 4 \text{ س} \quad \therefore 2 = 2 \text{ س}$$

$$= 2 \text{ س} \quad \therefore 2 - 2 = 0 \text{ س}$$

من (1) ، (2) :

$$\therefore 2 - 2 = 0 \text{ س} \quad \therefore 2 - 2 = 0 \text{ س} \quad \therefore 2 = 2 \text{ س}$$

$$\therefore 2 = 2 \text{ س} \quad \therefore 2 = 2 \text{ س} \quad \therefore 2 = 2 \text{ س}$$

$$\therefore 2 = 2 \text{ س} \quad \therefore 2 = 2 \text{ س} \quad \therefore 2 = 2 \text{ س}$$

⑦

الحل

من الاتزان :

$$6 + 6 = 12 \text{ س} \quad \therefore 9 = 9 \text{ نيوتن}$$

$$6 = 6 \text{ س} \quad \therefore 6 = 6 \text{ س}$$

$$9 \times 2 = 18 \text{ س} \quad \therefore 9 \times 2 = 18 \text{ س}$$

$$\therefore 9 = 9 \text{ س} \quad \therefore 9 = 9 \text{ س}$$

$$\therefore 9 = 9 \text{ س} \quad \therefore 9 = 9 \text{ س}$$

$$\therefore 20 = 20 \text{ س} \quad \therefore 20 = 20 \text{ س}$$

$$\therefore 10 = 10 \text{ س} \quad \therefore 10 = 10 \text{ س} \quad \therefore 10 = 10 \text{ س}$$

⑧

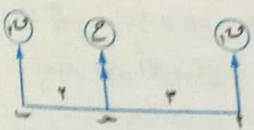
الحل

$$\therefore \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \text{ س}$$

$$\therefore \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \text{ س} \quad \therefore \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \text{ س}$$

$$\therefore 10 = 10 \text{ س} \quad \therefore 10 = 10 \text{ س}$$

$$\therefore 10 = 10 \text{ س} \quad \therefore 10 = 10 \text{ س}$$



⑨

الحل

∴ الأزواج لا يتزن إلا مع ازدواج آخر

∴ القوتان (و ، س) يكونان ازدواج القياس الجبري لعزومة ج :

$$10 \times 9 = 90 \text{ س}$$

$$\therefore 120 + 10 \times 9 = 210 \text{ س}$$

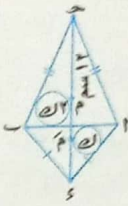
$$\therefore 8 = 8 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore 16 = 16 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore 8 = 8 \text{ نيوتن}$$

١٥ د

الحل



$$\therefore \frac{\text{مساحة } \triangle \text{ ا ب ح}}{\text{مساحة } \triangle \text{ ا ب د}} = \frac{12 \times 2 \times \frac{1}{2}}{12 \times 2 \times \frac{1}{2}} = \frac{1}{1}$$

وبفرض مساحة  $\triangle \text{ ا ب د} = 2$  ك

$\therefore$  مساحة  $\triangle \text{ ا ب ح} = 2$  ك

$\therefore$  مركز ثقل المجموعة تقسم م بم نسبة ١ : ٢

$$\therefore \text{ م م} = 2 + 4 = 6 \text{ سم}$$

$\therefore$  مركز ثقل المجموعة أعلى ا ب بمسافة ٢ سم

١٦ د

الحل

$$\therefore \vec{E} = \vec{U} + \vec{V} = \vec{U} + \vec{V} = \vec{U} + \vec{V}$$

$$\therefore \vec{U} \times \vec{V} + \vec{V} \times \vec{W} + \vec{W} \times \vec{U} = \vec{U} \times \vec{V} + \vec{V} \times \vec{W} + \vec{W} \times \vec{U}$$

$$(8, -6) \times (0, 6) + (4, -2) \times (0, 1) =$$

$$(4, -3) \times (0, 8) =$$

$$\therefore -4 = 48 + 4 \quad \therefore 11 = 5$$

$\therefore$  نقطة تقاطع خط عمل المحصلة مع ا ب هي (٠، ١١)

١٧ د

الحل

$\therefore$  المجموعة تكافئ ازدواجاً

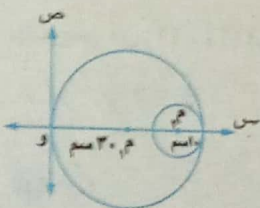
$\therefore$  عزم الازدواج يساوي مجموع عزوم القوى حول أى نقطة

$$= \text{ع} = 7 \times 6 \times 60^\circ = 252 \text{ نيوتن سم}$$

$$\therefore \text{ معيار عزم الازدواج} = 252 \text{ نيوتن سم}$$

١٨ د

الحل



مساحة الدائرة م

مساحة الدائرة م :

$$\pi (30)^2 : \pi (10)^2 =$$

$$9 : 1 =$$

بفرض أن كتلة الدائرة م = ٩ ك

بفرض أن كتلة الدائرة م = ك

، باختيار الاتجاهين المتعامدين و س، و ص

الكتلة	٩ ك	ك
س	٣٠	٥٠
ص	٠	٠

١٩ د

الحل

$$\therefore \text{ع} = \text{ص} = 0$$

$$\therefore 8(5 + 5) + 10 = 7 \times 16$$

$$\therefore 8 = 4 \text{ سم}$$

٢٠ د

الحل

$$\therefore \frac{U}{51} = \frac{20}{30}$$

$$\therefore \frac{U}{51} = \frac{20}{30}$$

$$\therefore U = \frac{51 \times 20}{30} = 34 \text{ نيوتن}$$

٢١ د

الحل

$$\therefore \vec{U} - \vec{V} = \vec{W} = (4, -7, 4)$$

$$\therefore \frac{(4, -7, 4)}{16 + 49 + 16} \times 90 = \frac{\vec{U}}{\|\vec{U}\|} \times \vec{U} = \vec{U}$$

$$(40, -70, 40) =$$

$\therefore$  عزم  $\vec{U}$  بالنسبة للنقطة ح = ح ا  $\times$  ح ا

$$\begin{vmatrix} \vec{U} & \vec{V} & \vec{W} \\ 4 & -7 & 4 \\ 1 & -6 & 11 \\ 40 & -70 & 40 \end{vmatrix} =$$

$$= 210 \vec{U} + 480 \vec{V} + 520 \vec{W}$$

٢٢ د

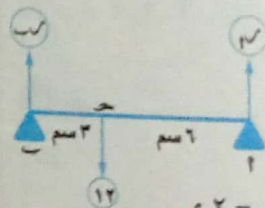
الحل

$\therefore$  القضيب يتزن أفقياً على وتد أفقى أملتس عند النقطة ح

$\therefore$  وزن القضيب يؤثر فى ح

وعند وضع القضيب على وتدين

عند ا س



$$\therefore 3 \times 12 = 6 \times 12 \quad \therefore 36 = 72$$

$$\therefore 12 = 12 + 12 \quad \therefore 12 = 24$$

$$\therefore 12 = 12 \quad \therefore 12 = 12$$

$$\therefore 8 = 8 \text{ نيوتن}$$



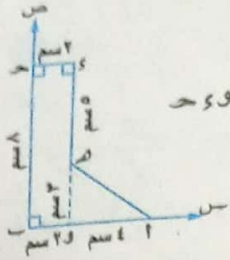
٢٢ ب

الحل

$$\begin{aligned} 10 &= \sqrt{(8)^2 + (6)^2} = 10 \text{ سم} \\ 10 \times 4 &= 36 \therefore \\ 10 &= 36 \therefore \\ 10 \times 4 &= 36 \therefore \\ 10 &= 36 \therefore \\ 10 &= 36 \therefore \end{aligned}$$

٢٣ ا

الحل



يمكن تقسيم الصفيحة إلى مستطيل ب و ج ،  
 مثلث د و ه ،  
 النسبة بين مساحتيهما  
  $3 : 8 = 3 \times 4 \times \frac{1}{2} : 8 \times 2$

الكتلة	ل ٨	ل ٣
سم	١	$\frac{1}{3}$
ص م	٤	١

$$\begin{aligned} \frac{18}{11} &= \frac{\frac{1}{3} \times 8 + 1 \times 4}{8 + 4} = \text{سم} \\ \frac{30}{11} &= \frac{8 \times 1 + 4 \times 4}{8 + 4} = \text{ص م} \\ \therefore \text{مركز الثقل يبعد عن ب ح ، د} \\ \frac{18}{11} \text{ سم ، } \frac{30}{11} \text{ سم على الترتيب.} \end{aligned}$$

٢٤ ج

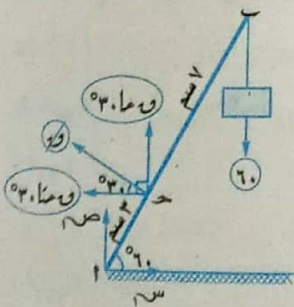
الحل

$$\begin{aligned} \text{القوى } \vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \text{ تكون ازدواج القياس الجبري لعزمه} \\ (0, 2) \times (2, 0) + (4, 2) \times (0, 1) = 0 \\ (0, 2) \times (2, 0) + (4, 2) \times (0, 1) = 0 \\ (0, 2) \times (2, 0) + (4, 2) \times (0, 1) = 0 \\ (0, 2) \times (2, 0) + (4, 2) \times (0, 1) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{القوتان } (2, 0) \text{ و } (0, 1) \text{ تكونان ازدواج القياس الجبري لعزمه} \\ \text{ج حيث ج} = 3 \times 30 \text{ ح} \\ \therefore 3 \times 30 = 30 \text{ ح} \end{aligned}$$

٢٥ ج

الحل



$$\begin{aligned} \text{من الاتزان :} \\ \text{سم} = 30 \text{ ح} \\ \therefore \text{سم} = \frac{30}{2} \\ \text{ص م ، } 60 = 30 \text{ ح} + 30 \text{ ح} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 27,5 &= \frac{50 \times 8 - 20 \times 9}{8 - 9} = \text{سم} \\ &= \frac{50 \times 8 - 20 \times 9}{8 - 9} = \text{ص م} \\ \therefore \text{مركز الثقل} &= (0, 27,5) \end{aligned}$$

$\therefore$  مركز ثقل الجزء المتبقى على بُعد ٢,٥ سم من مركز ثقل القرص الأصلي

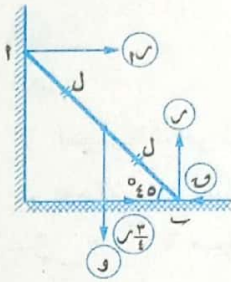
٢٦ ج

الحل

$$\begin{aligned} 8 &= (8 + 16) - (10 + 6 + 12) = \text{ح} \\ \therefore \text{مجموع عزوم القوى حول و} &= \text{عزم المحصلة حول و} \\ \therefore 8 \times 4 &= 14 \times 12 + 12 \times 16 - 9 \times 6 + 5 \times 10 \\ \therefore 8 \times 4 &= 14 \times 12 + 12 \times 16 - 9 \times 6 + 5 \times 10 \\ \therefore 8 \times 4 &= 14 \times 12 + 12 \times 16 - 9 \times 6 + 5 \times 10 \end{aligned}$$

٢٧ ب

الحل



بفرض أن : طول القضيب = ٢ ل

$$\begin{aligned} \text{من الاتزان :} \\ (1) \quad 2 \text{ ل} &= 2 \text{ ل} \\ (2) \quad 2 \text{ ل} &= 2 \text{ ل} \\ \therefore 2 \text{ ل} &= 2 \text{ ل} \end{aligned}$$

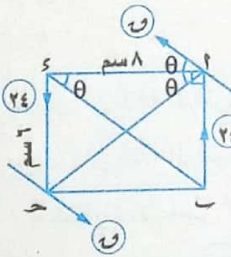
$$\begin{aligned} \therefore 2 \text{ ل} &= 2 \text{ ل} \\ \therefore 2 \text{ ل} &= 2 \text{ ل} \end{aligned}$$

بالتعويض من (٢) ، (٣) في (١) :

$$\therefore 2 \text{ ل} = 2 \text{ ل} \text{ و } \frac{1}{2} \text{ ل} = 2 \text{ ل}$$

٢٨ ب

الحل



$$\text{ج} = (24, 24) \text{ ح}$$

$$8 \times 24 = 10 \times 24 \text{ ح}$$

$$8 \times 24 = 10 \times 24 \text{ ح}$$

$$8 \times 24 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10 \times 24 \text{ ح}$$

$$\therefore 20 \text{ نيوتن}$$

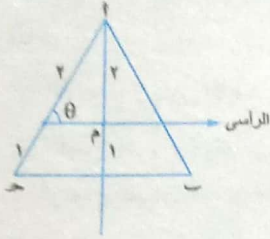
٢٠

$$\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \times 100 = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \times 0 \times 0$$

$$\therefore 100 = 0 \text{ وحدة قوة}$$

$$\therefore 70 = 100 - 30 \text{ وحدة قوة}$$

$$\therefore 40 = 100 - 60 \text{ وحدة قوة}$$



٤ ج  
الحل

من هندسة الشكل :  
نجد أن  $\overline{AC} \parallel \overline{AB}$   
 $\therefore \theta = (\theta - 60)^\circ$

٥ ب

٦ ب  
الحل

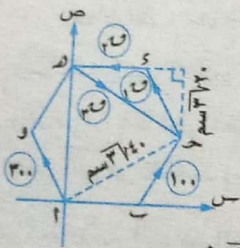
$$\overline{AC} = \overline{AB} = \overline{BC} = (3 - J, J - 2)$$

$$\therefore \overline{AC} \times \overline{AB} = \overline{AC} \times \overline{BC}$$

$$\therefore \overline{AC} \times \overline{BC} = (0 - 2) \times (3 - J, J - 2)$$

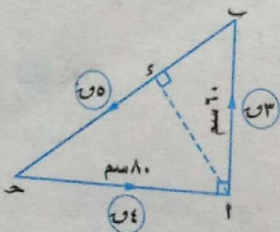
$$\therefore \overline{AC} \times \overline{BC} = (6 - J^2) - (J^2 + 10 - 2J)$$

$$\therefore 1 = J \quad \therefore \overline{AC} = 4 - J^2$$



٧ أ  
الحل

القوى متزنة  
 $\therefore \sum F_x = 0$   
 $\therefore \sqrt{2} \times 40 \times 200 - \sqrt{2} \times 20 \times 100 = 0$   
 $\therefore 600 = 200 \text{ نيوتن}$



٨ ب  
الحل

$$\sqrt{(80)^2 + (60)^2} = \overline{AC}$$

$$100 = \overline{AC}$$

$$48 = \frac{80 \times 60}{100} = 48$$

القياس الجبري لعزم الازدواج = مجموع القياسات الجبرية  
لعزم القوى حول A  
 $240 = 48 \times 5 = 240 \text{ نيوتن.سم}$

$$\therefore \frac{1}{2} - 60 = 100$$

$$\therefore 100 = 60 \times 10 - 2 \times 100$$

$$\therefore 100 = 100 \text{ ث.جم}$$

$$\therefore \sqrt{2} \times 50 = 100 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 100$$

$$\therefore 100 = 100 \times \frac{1}{2} - 60 = 100$$

$$\therefore \sqrt{2} \times 20 = \sqrt{(10)^2 + (3\sqrt{2} \times 50)^2}$$

## النموذج الخامس

١ ب  
الحل

$$\therefore 10 = 4 + 6 \text{ ث.جم}$$

$$(8 - 10) \times 10 = 8 \times 4$$

$$10 - 80 = 32$$

$$\therefore 8, 8 = 16 \text{ سم}$$

٢ ج  
الحل

قوة الاحتكاك النهائي =  $\mu \times 3 = 1 \text{ نيوتن}$   
الجسم تحت تأثير قوة أفقية تحاول تحريكه  
 $\therefore 1 \geq \mu > 0$   
قوة الاحتكاك  $\in [0, 1]$

٣ أ  
الحل

$$\therefore \sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 2^2} = 2$$

$$\therefore 20^\circ = (\theta + 20^\circ)$$

$$\therefore \frac{0}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \theta \times 20^\circ$$

$$\therefore \frac{\sqrt{2} \times 2}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \times 2}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \times \frac{1}{2}$$

الصفحة متزنة تحت تأثير القوى  
 $100 = 100$

$$\therefore 20^\circ = (\theta + 20^\circ)$$



∴ مركز ثقل الكتلتين ٢ لـ ١ ، لـ ٢

عند ٢ ، ب يقع في منتصف  $\overline{AB}$

أى يقع على بعد ٦ سم من ب

١٢ ١

الحل

$$١,٥ - = ٠,٩ \times ٢ - ٠,٣ \times ٢$$

$$\therefore \frac{٧}{٩} = ٢ \text{ نيوتن}$$

١٤ ١

الحل

نفرض أن م ح = س

∴ مجموع عزوم القوى حول ح = صفر

$$\therefore ٦ - (س + ٥٠) - ٤ - (س) = ٠$$

$$\therefore ٦ - س - ٥٠ - ٤ - س = ٠$$

$$\therefore ٢٠ = ٢٠ - س \quad \therefore س = ١٠ \text{ سم}$$

١٥ ١

الحل

∴  $\vec{F}$  أكبر قوة فى

اتجاه خط أكبر ميل

لأعلى وتحافظ على التوازن

∴ الجسم على وشك الحركة لأعلى

$$\therefore \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

∴  $\vec{F}$  أقل قوة فى اتجاه خط أكبر ميل لأعلى وتحافظ على

التوازن

∴ الجسم على وشك الحركة لأسفل

$$\therefore \vec{F} + \vec{F}_1 = \vec{F}_2$$

$$\therefore \vec{F} = \vec{F}_2 - \vec{F}_1$$

من (١) ، (٢) :

$$\therefore \vec{F} + ٢ = \vec{F}_2$$

٩ ج

الحل

$$L = \frac{\|\vec{r}_1\|}{\|\vec{r}_2\|} = \frac{\sqrt{٧^2 + ٢^2}}{\sqrt{١^2 + ٣^2}} = ٧ \text{ وحدة طول}$$

١٥ ب

الحل

∴ الازدواج لا يتزن إلا مع ازدواج آخر

القوتان (و ، ر) يكونان

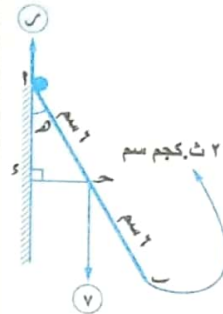
ازدواج القياس الجبرى لعزمة

$$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$$

$$\therefore ٢١ = ٧ \times \vec{F}_2$$

$$\therefore \vec{F}_2 = ٣ \text{ سم}$$

$$\therefore \vec{F}_2 = ٣٠^\circ$$



$$\therefore \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \text{ما ه}$$

١١ ١

الحل

$$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = \vec{r}_3 \times \vec{F}_3$$

$$\therefore \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = \vec{r}_3 \times \vec{F}_3$$

$$\therefore \vec{r}_3 \times \vec{F}_3 = (\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2)$$

∴ القوتان  $\vec{F}_1$  ،  $\vec{F}_2$  متوازيتان

ومتضادتان فى الاتجاه

وبفرض أن خط عمل المحصلة

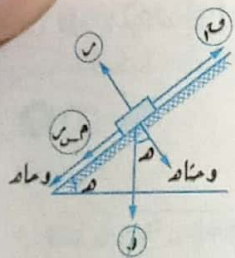
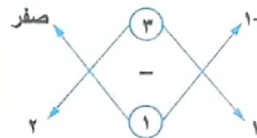
يقطع  $\overline{AB}$  فى نقطة ح (س ، ص)

$$\therefore \text{ح تقسم } \overline{AB} \text{ من الخارج بحيث } \frac{3}{1} = \frac{4}{2}$$

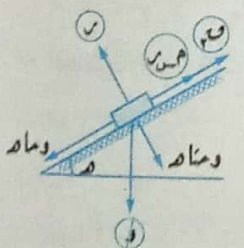
$$\therefore س = \frac{(1-1) \times 1 - 1 \times 2}{1-3} = ٢$$

$$\therefore ص = \frac{0 \times 1 - 2 \times 2}{1-3} = ٣$$

$$\therefore \text{ح} = (٣, ٢)$$



(١)



(٢)

١٢ ج

الحل

∴ مركز ثقل الكتلتين لـ ١

لـ ٢ يقع على بعد ٤ سم من ب

$$\therefore \frac{1}{3} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \vec{F}_2 = ٢ \text{ لـ ١}$$



١٩ ج

الحل

$$\begin{aligned} 69 &= \sqrt{29 - 215} = 12 \text{ سم} , 12 = 6 \times \frac{1}{2} = 6 \text{ سم} \\ 64 &= 12 \times \frac{2}{3} = 8 \text{ سم} \therefore 2 = 8 \text{ سم} \\ \therefore 6 &= 12 \times 12 + 64 \times 12 - 6 \times 9 = 126 \text{ نيوتن سم} \end{aligned}$$

٢٠ ب

الحل

من اتزان الكتلة ٦ كجم

$$6 = 6 \text{ ث.كجم}$$

$$0 < 30^\circ \text{ ما}$$

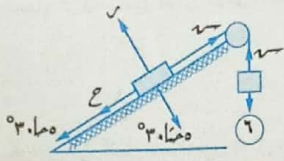
$\therefore$  الجسم يميل للتحرك لأعلى

$\therefore$  اتجاه الاحتكاك لأسفل المستوى

، من اتزان الكتلة ٥ كجم

$$6 + 5 = 30^\circ \text{ ما}$$

$$\therefore 6 = 20 - 3 = 17 \text{ ث.كجم}$$



٢١ أ

الحل

$$J \times (\theta \text{ ما}) = L \times (\theta \text{ ما})$$

$\therefore$  البعد المطلوب =  $L \text{ ما}$

٢٢ د

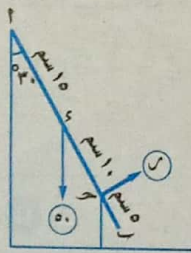
الحل

$\therefore$  الساق متزنة

$$\therefore 6 = 0 \text{ صفر}$$

$$\therefore 0 = 20 \times 50 - 10 \times 30 = 650$$

$$\therefore 15 = 10 \text{ ث.كجم}$$



٢٣ د

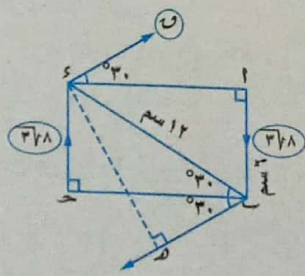
الحل

$$\therefore 6 = \frac{1}{2} \text{ ح}$$

$$\therefore 30^\circ = (6 - 12) \text{ ح}$$

$$\therefore 6 = \sqrt{2(6) - 2(12)} = 3\sqrt{2}$$

$$\therefore 6 = 12 \text{ ما} = 60^\circ$$



١٦ أ

الحل

من الاتزان :

$$10 = 10 \text{ ث.كجم} , 10 = 10$$

$$\therefore 10 = 10 \text{ ث.كجم}$$

$$\therefore 10 = 10 \text{ ث.كجم}$$

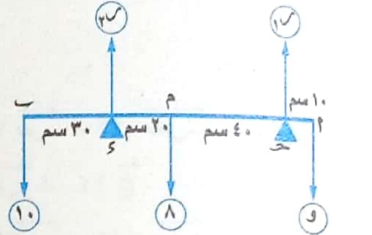
$$\therefore 10 = 10 \text{ ث.كجم}$$

$$\therefore 10 = 10 \text{ ث.كجم}$$

$$\therefore 10 = 10 \text{ ث.كجم}$$

١٧ ج

الحل



\* إذا كان القضيب على وشك الدوران حول

$$\therefore 0 = 0$$

$$\therefore 0 = 70 \times 9 - 20 \times 8 - 30 \times 10$$

$$\therefore 2 = 2 \text{ نيوتن}$$

\* إذا كان القضيب على وشك الدوران حول

$$\therefore 0 = 0$$

$$\therefore 0 = 10 \times 9 - 40 \times 8 + 90 \times 10$$

$$\therefore 122 = 122 \text{ نيوتن}$$

$\therefore$  الساق تكون متزنة أفقياً إذا كانت  $[122, 2]$

١٨ ج

الحل

$\therefore$  محصلة القوتين  $٢$  ،  $٤$

اللذان تؤثران في  $٢$  ،  $٤$

م  $٢$  وتؤثر في  $٢$  منتصف  $٢$

، محصلة القوتين  $٢$  ،  $٤$  اللذان تؤثران

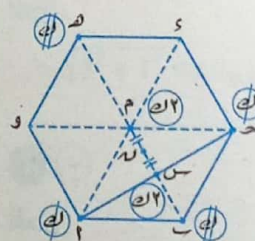
في  $٢$  ،  $٤$  وتؤثر في  $٢$

$\therefore$  محصلة القوتين  $٢$  ،  $٤$

اللذان تؤثران في  $٢$  ،  $٤$  وتؤثر في  $٢$

حيث  $٢$  منتصف  $٢$

$$\therefore ٣ = ٣$$





$$(6, 12, 0) - (0, 12, 8) = \vec{a} - \vec{b} = \vec{c},$$

$$(6, 0, 8) =$$

$$\frac{(6, 0, 8)}{\sqrt{(6-)^2 + (0-)^2 + (8-)^2}} \times 30 = \frac{\vec{a}}{\|\vec{a}\|} \times 30 = \vec{c} \therefore$$

$$(18, 0, 24) =$$

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{a} = \vec{c} \therefore$$

$$\begin{vmatrix} \vec{a} & \vec{b} & \vec{c} \\ 6 & 12 & 0 \\ 18 & 0 & 24 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} \vec{a} & \vec{b} & \vec{c} \\ 6 & 0 & 8 \\ 0 & 10 & 0 \end{vmatrix} +$$

$$\vec{a} 288 - \vec{b} 144 + \vec{c} 216 =$$

$$\vec{a} 120 + \vec{b} 90 -$$

$$\vec{a} 168 - \vec{b} 144 + \vec{c} 206 =$$

### النموذج السادس

١

الحل

$$6 \times 0 = 30 \text{ نيوتن. سم.}$$

$$\therefore \text{ معيار العزم عند } 0 = 30 \text{ نيوتن. سم.}$$

٢

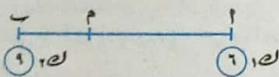
ب

الحل

$$r = \sqrt{2^2 + 3^2} = 5 \text{ نيوتن.}$$

٤

الحل



نفرض أن مركز ثقل الجسمين م

$$\text{النسبة بين الكتلتين} = 9 : 6 = 3 : 2$$

$$\therefore 2M = 4M \therefore$$

$$\therefore 10 = 4M \frac{2}{3} + 4M \therefore$$

$$\therefore \frac{3}{2} = \frac{4M}{M} \therefore$$

$$\therefore 10 = 4M \frac{2}{3} \therefore$$

$$\therefore 10 = 4M \frac{2}{3} \therefore$$

$$\therefore 6 = 4M \text{ متر}$$

٢٤. القوتان  $(3\sqrt{2}, 8, 3\sqrt{2})$  تكونان ازدواج

قياسه الجبرى  $3\sqrt{2} \times 6 \times 3\sqrt{2} = 144$  ث.جم.سم

٢٤. القوتان  $(0, 12, 8)$  تكونان ازدواج قياسه الجبرى

$$144 = \text{ث.جم.سم}$$

$$144 = 3\sqrt{2} \times 6 \times 3\sqrt{2} \therefore 144 = \text{ث.جم.سم}$$

$$\therefore 3\sqrt{2} \times 8 = \text{ث.جم.سم}$$

٢٤

الحل

مساحة المستطيل لـ حـ م : مساحة المستطيل لـ بـ حـ و

$$8 \times 12 : 4 \times 6 =$$

$$4 : 1 =$$

نفرض أن كتلة المستطيل لـ حـ م = كـ

٢٤. كتلة المستطيل لـ بـ حـ و = ٤ كـ

وبفرض الاتجاهين المتعامدين  $\vec{a}$ ،  $\vec{b}$

الكتلة	كـ -	كـ ٤
س	٩	٦
ص	٦	٤

$$\therefore \text{ س } = \frac{6 \times \text{كـ ٤} + \text{كـ ٩}}{\text{كـ ٤} + \text{كـ ٩}} = ٥$$

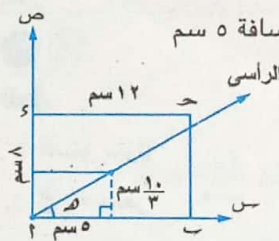
$$\text{ص } = \frac{4 \times \text{كـ ٤} + \text{كـ ٦}}{\text{كـ ٤} + \text{كـ ٦}} = \frac{10}{3}$$

٢٤. مركز ثقل الجزء المتبقى  $(\frac{10}{3}, ٥)$

أىاه : مركز الثقل يبعد عن  $\vec{a}$  مسافة ٥ سم

٢٤. عن  $\vec{b}$  مسافة  $\frac{10}{3}$  سم

$$\text{طاه } = \frac{10}{3} = \frac{10}{5}$$



٢٥

الحل

من هندسة الشكل :

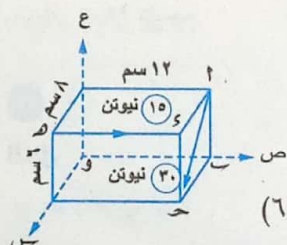
$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$$

$$(6, 0, 8) - (6, 12, 0) =$$

$$(0, 12, 0) =$$

$$\frac{(0, 12, 0)}{\sqrt{(0-)^2 + (12-)^2 + (0-)^2}} \times 10 = \frac{\vec{a}}{\|\vec{a}\|} \times 10 = \vec{c} \therefore$$

$$(0, 10, 0) =$$



$$\frac{1}{5} = \frac{4}{10}$$

في  $\Delta$  م، ن، ج : ن افرض أن : ج (د م) = م

$$\frac{1}{5} = \frac{4}{10} = \text{طاه}$$

٥ ب

الحل

$$\vec{ج} = \vec{و} \times \vec{ق} = \vec{ق} \times \vec{و} = (4, 2) \times (2, 4)$$

$$\vec{ج} = 22 - 8 = 14$$

$$22 = 14 - 8$$

(١)

$$\vec{ج} = \vec{ق} \times \vec{ب} = \vec{ب} \times \vec{ق} = (4, 2) \times (1, 9)$$

$$\vec{ج} = 22 - 8 = 14$$

$$22 = 14 + 8$$

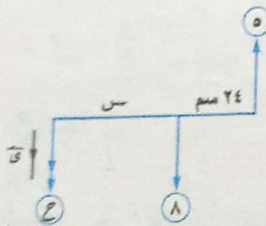
(٢)

وبحل المعادلتين (١)، (٢) : م = ٢ ، ج = ٤

$$2 = 4 + 1$$

١٠ ب

الحل



$$(8 + 24) \times 5 = 8 \times 8$$

$$8 \times 8 = 120 + 5$$

$$8 \times 8 = 120 + 5$$

أي أن : بعد المحصلة عن القوة الثانية = ٤٠ سم

١١ ا

الحل

$$200 = 100 - 100 + 200$$

(١)

$$200 = 100 - 100$$

مجموع عزوم القوى حول ٢ = عزم المحصلة حول ٢

$$40 \times 300 = 70 \times 100 + 50 \times 100 - 20 \times 100$$

(٢)

$$1900 = 100 - 100$$

بحل المعادلتين (١)، (٢) : ج = ٥٠٠ نيوتن ، ل = ٣٠٠ نيوتن

$$200 = 100 - 100$$

٥ ب

الحل

$$\vec{ج} = \vec{و} \times \vec{ق} = \vec{ق} \times \vec{و} = (4, 2) \times (2, 4)$$

$$\vec{ج} = 22 - 8 = 14$$

$$22 = 14 - 8$$

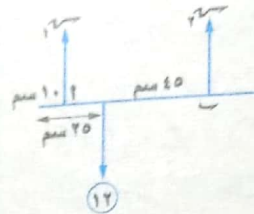
٦ ا

الحل

$$0 = 40 \times 12 + 60 \times 12$$

$$0 = 40 \times 12 + 60 \times 12$$

$$9 = 12$$



٧ ب

الحل

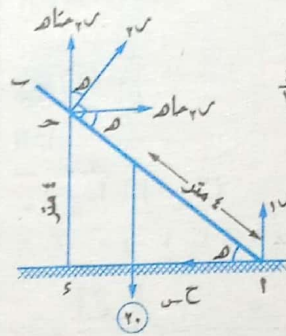
$$\frac{4}{3} = \frac{4}{6}$$

$$2 = 6$$

$$5 = 0$$

$$2 = 3$$

معادلات الاتزان :



(١)

$$2 = 6$$

$$20 = 12 + 12$$

(٢)

$$20 = 12 + 12$$

$$0 = 5 \times 12 - 4 \times 20$$

$$5 \times 12 = 48 \times 12$$

$$9,6 = 12$$

$$7,68 = 12$$

$$14,24 = 12$$

$$\frac{48}{89} = \frac{7,68}{14,24} = \frac{12}{12}$$

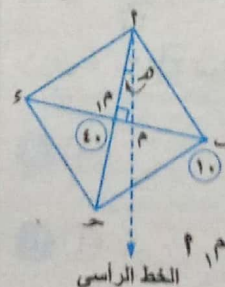
٨ ب

الحل

$$10 \times 40 = 10 \times 10$$

$$10 \times 10 = 10 \times 10$$

$$10 \times 10 = 10 \times 10$$



$$10 \times 10 = 10 \times 10$$

الخط الراسي



١٢

الحل

∴ القوتان (٤٠ ، ٤٠) تكونان

ازدواجاً قياسه الجبرى ج<sub>١</sub>∴ ج<sub>١</sub> = ١٦ × ٤٠ = ٦٤٠ ث.جم.سم

∴ القوتان (٥ ، ٥) تكونان

ازدواجاً قياسه الجبرى ج<sub>٢</sub>∴ ج<sub>٢</sub> = ١٦ × ٥ = ٨٠ ث.جم.سم∴ ج<sub>١</sub> + ج<sub>٢</sub> = ج ∴ ٦٤٠ + ٨٠ = ٧٢٠

∴ ١٦ = ٧٢٠ - ٦٤٠ = ٨٠

∴ ١٠ = ٨٠ - ٦٤٠ = ٧٢٠

١٣

الحل

∴ الجسم على وشك الحركة.

∴ ٥٦ = م

٤٢ = م

∴ ٥٦ × م = ٤٢

∴ م = ٢

١٤

الحل

ج = ٥ × ٢ = ١٠ نيوتن.متر.

١٥

الحل

أ : ب : ح : د = ١٦ : ٨ : ٨ : ٢ = ٨ : ٤ : ٤ : ١

∴ تعتبر الكتل هي ٢ ك ، ك ، ك ومركز ثقل كل منها عند

منتصف أ ب ، ب ح ، ح د على الترتيب

الكتلة	ك <sub>٢</sub>	ك	ك
س	٠	٤	٨
ص	٨	٠	٤-

$$٣ = \frac{٨ + ٤}{٤ + ٤ + ٢} = \frac{١٢}{١٠} = ١.٢$$

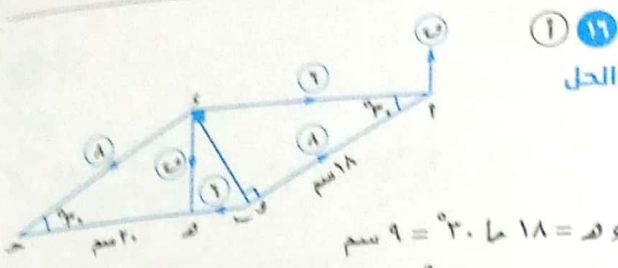
$$٣ = \frac{٤ - ١٦}{٤ + ٤ + ٢} = \frac{-١٢}{١٠} = -١.٢$$

∴ بعد مركز الثقل عن كل من ب ح ، أ ب هو ٣ سم

٢٦

١٦

الحل



س د = ١٨ = ٩ × ٢ = ١٨ سم

س د = ٢٠ = ١٠ × ٢ = ٢٠ سم

∴ القوتين (٦ ، ٦) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (١٤)

∴ ج<sub>١</sub> = ٩ × ٦ = ٥٤ نيوتن.سم

∴ القوتين (٨ ، ٨) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (١٤)

∴ ج<sub>٢</sub> = ١٠ × ٨ = ٨٠ نيوتن.سم∴ ج<sub>١</sub> + ج<sub>٢</sub> = ٢٦ نيوتن.سم

∴ القوتان (٥ ، ٥) تكونان ازدواجاً معيار مزمره = ٢٦ نيوتن.سم

∴ ٢٦ = ٢٠ × ٥ = ١٠٣ نيوتن.

∴ القوتان ١٠٣ ، ١٠٣ نيوتن.

١٧

الحل

$$\vec{r} = \vec{r}_1 = (٢, ٠)$$

$$\vec{r}_2 = \vec{r}_1 (١ \times ٢ - ٢ \times ٠) = \vec{r}_1$$

$$ل = \frac{\|\vec{r}_1\|}{٢} = \frac{٢}{٢(٢) + ٢(١)} = \frac{٢}{١٠} = ٠.٢$$

١٨

الحل

∴ الجسم على وشك الانزلاق لأسفل

تحت تأثير وزنه فقط عندما يميل

المستوى بزاوية قياسها ٣٠°

$$\frac{١}{٣} = \frac{٣٠}{٣٦} = \frac{١}{٣}$$

∴ الجسم على وشك الحركة لأعلى

$$٣٠ + م = ٣٠ + ١٥ = ٤٥$$

$$٣٠ = ٣٠ + ١٥ = ٤٥$$

$$\frac{٣٦}{٢} \times ٣٠ + ١٥ \times \frac{١}{٣} = ٣٦$$

$$٣٦ = ٣٦$$

١٩

٢٠

## النموذج السابع

١ الحل

∴ قوة الاحتكاك النهائي =  $\mu_s \times 1 = 3 \times \frac{1}{3} = 1$  نيوتن  
 ∴ الجسم تحت تأثير قوة أفقية تحاول تحريكه  
 ∴  $0 < \mu_s \leq 1$   
 ∴ قوة الاحتكاك  $\in [0, 1]$

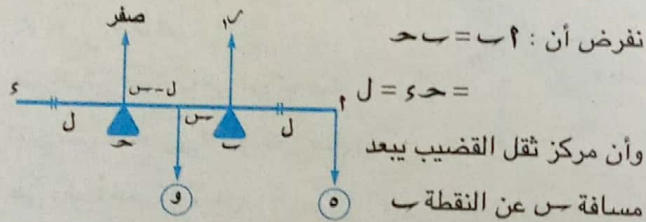
٢ الحل

$$\begin{aligned} \mu_s &= \frac{3 \times 2 + 3 \times 1 + 0 \times 1}{2 + 1 + 1} = \frac{9}{4} \\ \mu_s &= \frac{4 \times 2 + 0 \times 1 + 0 \times 1}{2 + 1 + 1} = 2 \\ \text{إحداثيات مركز الثقل} &= \left(2, \frac{9}{4}\right) \end{aligned}$$

٣ الحل

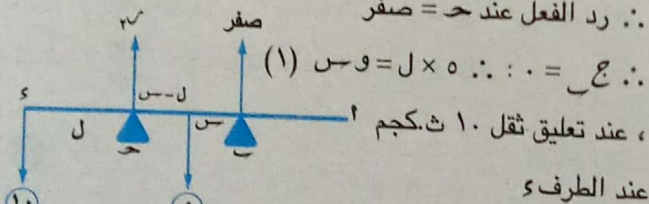
$$\text{البعد العمودي} = \frac{70}{13} = 5.38 \text{ سم}$$

٤ الحل



عند تعليق ثقل 5 ث.كجم عند الطرف أ،

∴ رد الفعل عند  $c =$  صفر



∴ رد الفعل عند  $b =$  صفر

(٢) ∴  $\sum \tau = 0 \therefore 10 \times s = (L - s) \times s$   
 بقسمة (٢) على (١):  $\frac{L - s}{s} = 2$

∴  $\frac{1}{3} = s \therefore L = 3s$

∴  $2s - L = s$

بالتعويض في (١):  $5 \times s = L \times \frac{1}{3}$

∴  $5 = 10 \text{ ث.كجم}$

٢١ الحل

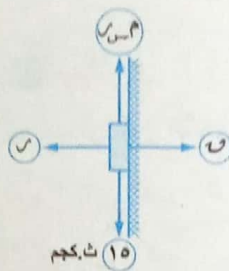
نفرض أن كتلة المربع الأصلي هي  $E$  وتعمل في النقطة  $(L, L)$   
 والمربع المفصول  $E$  وتعمل في  $(\frac{1}{3}L, \frac{1}{3}L)$   
 $E \times L - L \times \frac{1}{3}L = \frac{1}{3}L \times \frac{1}{3}L$

الكتلة	$E$	$-E$
س	$L$	$\frac{1}{3}L$
ص	$L$	$\frac{2}{3}L$

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}L \times \frac{1}{3}L &= \frac{L \times L - L \times \frac{2}{3}L}{\frac{1}{3}L - L} \\ \therefore \text{مركز الثقل} &= \left(\frac{1}{3}L, \frac{2}{3}L\right) \end{aligned}$$

٢٢ الحل

∴ أقل قوة أفقية لازمة لاتزان الجسم هي القوة التي تجعل الجسم على وشك الحركة



∴  $\mu_s = 10$

∴  $\frac{1}{10} = \mu_s$

∴  $70 = \mu_s \text{ ث.كجم}$

$U = 0$

∴  $U = 70 \text{ ث.كجم}$

٢٣

٢٤ الحل

∴ المجموعة تكافئ ازدواج بعد إضافة القوة التي مقدارها 12 نيوتن

(١)  $\frac{U + 19}{12} = \frac{U + 12}{9}$

∴  $4(U + 19) = (U + 12) \times 4$

∴  $4U + 76 = 4U + 48$

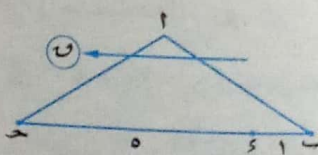
∴  $U = 0$  نيوتن

وبالتعويض في (١):  $2 = \frac{0 + 12}{9}$

∴  $2 = \frac{0 + 20}{\sqrt{(9)^2 + (12)^2}}$

∴ مقدار القوة المطلوبة  $U = 0$  نيوتن

٢٥ الحل



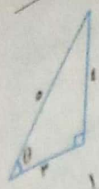
$\frac{1}{6} = \frac{s}{6}$

∴  $50 \text{ ج} + 6 \text{ ج} = 6 \text{ ج}$

∴  $6 \times 6 = 10 \times 5$

∴  $6 - 14 = \text{ج}$





∴ قوة الاحتكاك السكوني النهائي =  $27 \times \frac{1}{3} = 9$  نيوتن.

٩ ب

الحل

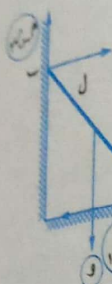
$$\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 = (6, 0)$$

∴ مجموع عزوم القوى حول نقطة الأصل = عزم المحصلة حول نفس النقطة.

$$\vec{r} = (6, 0) \times (2, 2) = (12, 0)$$

١٠ د

نفرض أن طول السلم = ٢ ل



$$(1) \quad W = 2 + 2$$

$$(2) \quad \frac{2}{3} = 2$$

$$(3) \quad W = 2 + 2$$

$$0 = 0$$

$$\therefore 2 \times 2 - 2 \times 2 = 0$$

$$2 - 2 = 0$$

$$\therefore 2 - 2 = 0$$

$$(2) \quad 2 - \left(\frac{2}{3}\right) = 2 - \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$\therefore 2 = 2$$

من المعادلتين (٣)، (٤) :

$$\frac{2}{3} + 2 = 2 + 2$$

$$\therefore \frac{2}{3} = 2$$

١١ د

الحل

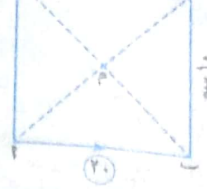
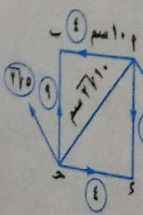
القوتان (٤، ٤) تكونان

ازدواجًا قياسه الجبري ج.

$$ج = 4 \times 10 = 40 \text{ نيوتن.سم}$$

، القوتان (٩، ٩) تكونان ازدواجًا قياسه الجبري ج.

$$ج = 9 \times 10 = 90 \text{ نيوتن.سم}$$



٥ ب الحل ج = 5 x 20 = 100 نيوتن.سم.

٦ د

الحل

∴ القوتان (٧، ٥)، (٧، ٥) تكونان ازدواجًا قياسه الجبري ج.

$$ج = 7 \times 5 = 35 \text{ نيوتن.سم}$$

∴ القوتان (١٠، ١٠) تكونان ازدواجًا معيار عزمه

$$ج = 10 \times 10 = 100 \text{ نيوتن.سم}$$

$$ج = 10 \times 10 = 100 \text{ نيوتن.سم}$$

$$ج = 10 \times 10 = 100 \text{ نيوتن.سم}$$

$$ج = 10 \times 10 = 100 \text{ نيوتن.سم}$$

٧ ج

الحل

∴ الجسم على وشك الانزلاق

تحت تأثير وزنه فقط

$$ج = 0$$

عند التأثير بقوة في اتجاه خط

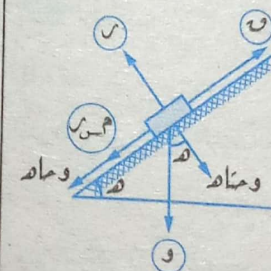
أكبر ميل للمستوى لأعلى كان الجسم

على وشك الحركة لأعلى

$$ج = 0$$

$$ج = 0$$

$$ج = 0$$



٨ ب

الحل

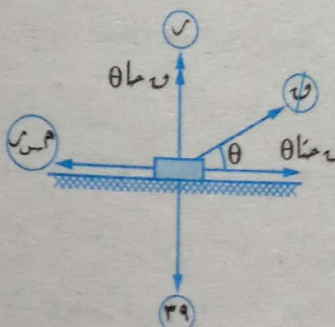
$$ج = 39$$

$$(1) \quad ج = 39$$

$$ج = 39$$

$$ج = 39$$

$$(2) \quad ج = 39$$



كتلة م = ٩ كغ ، كتلة م = ٣٦ كغ

$$100 = 100 + 100 + 100 = 300$$

الكتلة	ل	ل	ل
س	٢	٦	٣٦
ص	١٢	١٠	١٠

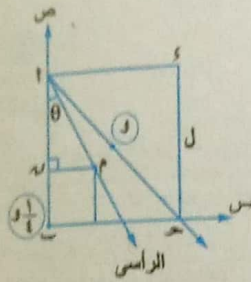
$$2 = \frac{100 + 100 + 100}{3} = 100$$

$$2 = \frac{100 + 100 + 100}{3} = 100$$

∴ مركز الثقل = (٢-، ٢-)

١٥

الحل



ل	و	و
س	١/٤	١/٤
ص	١/٤	١/٤

$$L = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}, \quad S = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

∴ مركز الثقل = (L, L)

$$L = \frac{1}{4} - L = \frac{3}{4}, \quad L = \frac{1}{4} - L = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} = L \div \frac{1}{4} = \theta$$

$$\theta = \arcsin\left(\frac{3}{4}\right) = 48.6^\circ$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{4} - 1 = \frac{1}{4}$$

حل آخر:

مركز الثقل م يقسم رب حيث

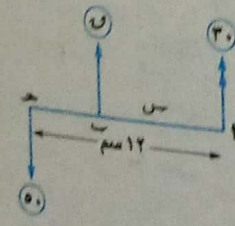
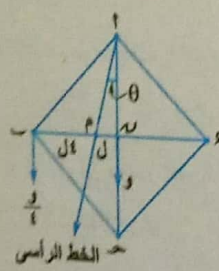
$$\frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$L = M = \frac{1}{4}, \quad L = M = \frac{1}{4}$$

ويكون م هو الرأسى

∴ زاوية ميل م على الرأسى

$$\theta = \arcsin\left(\frac{1}{4}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{4}\right)$$



١٦

الحل

$$50 - 50 = 0$$

$$50 - 50 = 0$$

$$50 - 50 = 0$$

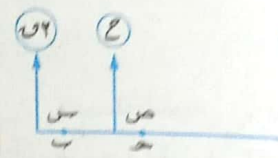
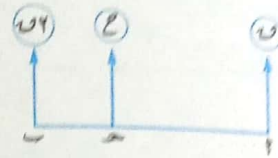
الكتلة (٢١٥، ٢١٥) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى ج

$$100 = 100 + 100 + 100 = 300$$

$$(100) + (90) + 10 = 200$$

$$100 = 100 + 100 + 100 = 300$$

∴ معيار العزم = ١٥٠ نيوتن.سم



$$(1) \quad 20 \times 2 = 40, \quad 10 \times 2 = 20, \quad 10 \times 2 = 20$$

١٧

الحل

$$(0, 12, 0) = \vec{a}, \quad (0, 12, 4) = \vec{b}, \quad (3, 0, 0) = \vec{c}$$

$$\vec{a} = (0, 12, 0), \quad \vec{b} = (0, 12, 4), \quad \vec{c} = (3, 0, 0)$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 12 & 4 \end{vmatrix} = 48\vec{i} - 48\vec{j}$$

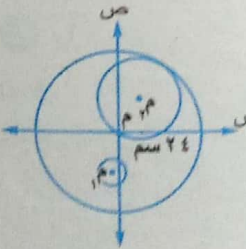
$$\vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 12 & 4 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -48\vec{i} - 36\vec{j} + 36\vec{k}$$

$$\vec{c} \times \vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \end{vmatrix} = 36\vec{k}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a} = 48\vec{i} - 48\vec{j} - 48\vec{i} - 36\vec{j} + 36\vec{k} + 36\vec{k} = -12\vec{j} + 72\vec{k}$$

١٨

الحل



$$\pi \times 24^2 = \pi \times 576 = 1728\pi$$



$$\begin{aligned} \therefore \vec{G}_1 &= 12 \times 50 - 80 \times 80 = 0 \\ \therefore 7,5 &= 80 \\ \therefore \text{البعد بين القوتين} &= 7,5 - 12 = 4,5 \text{ سم} \end{aligned}$$

٢٧ د

١٨ د

الحل

$\therefore$  القوى مقترنة  $\vec{G}_1 = \vec{G}_2 = \vec{G}_3 = 0$  صفر  
 $\therefore$  (أ)، (ب)، (ج) صحيحة

١٩ ب

الحل

$$\begin{aligned} \text{سم} &= \frac{\text{سم} + \text{سم} + \text{سم} + \text{سم}}{\text{سم} + \text{سم} + \text{سم} + \text{سم}} \\ \frac{58}{20} &= \frac{4 \times 12 + 0 \times 8 + 2 \times 5}{12 + 8 + 5} \\ \text{ص} &= \frac{\text{سم} + \text{سم} + \text{سم} + \text{سم}}{\text{سم} + \text{سم} + \text{سم} + \text{سم}} \\ \frac{2}{20} &= \frac{1 - 12 + 3 \times 8 + 2 - 5}{12 + 8 + 5} \\ \therefore \text{نقطة تأثير محصلة القوى} &= \left( \frac{2}{20}, \frac{58}{20} \right) \end{aligned}$$

٢٠ ج

الحل

$\therefore$  المجموعة تكافئ ازدواج

$$3 = \frac{10}{5} = \frac{29}{13} \therefore$$

وبفرض أن مقدار القوة التي تضاف للمجموعة هي ١٢

$$36 = 12 + 24 \therefore 3 = \frac{12 + 24}{12}$$

$\therefore 12 = 12$  نيوتن وتؤثر في اتجاه  $\vec{A}$

٢١ ب

الحل

أ	ب	ج
الكتلة	٢٠	٤٠
سم	٠	١٥
ص	٠	١٢

$$\therefore \text{سم} = \frac{15 \times 30 + 0 \times 40 + 0 \times 20}{9} = 0$$

٣٠

$$\begin{aligned} \therefore \text{ص} &= \frac{0 \times 30 + 12 \times 40 + 0 \times 20}{9} \\ \therefore \text{مركز الثقل} &= \left( \frac{16}{9}, 0 \right) \end{aligned}$$

٢٢ د

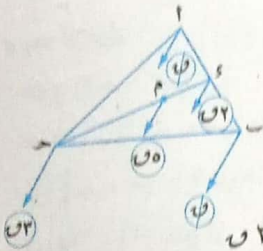
الحل

الكتلة	في أ	في مركز الكرة
سم	٥٠	١١٠

$$\therefore \text{سم} = \frac{110 \times \frac{1}{3} + 50 \times 1}{1,5} = 70 \text{ سم}$$

٢٣ ج

الحل



$\therefore$  محصلة القوتين (١٠، ٢٠)

هي قوة مقدارها ٢٠

وتؤثر في نقطة (٤)

$\therefore$  محصلة القوى ٢٠، ٢٠، ٣٠

هي قوة مقدارها ١٠ وتؤثر في نقطة تبعد عن ح مسافة ٣ سم

$\therefore$  مجموع عزوم القوى حول ح = عزم المحصلة حول ح

$$\therefore -2 \times 20 - 30 \times 3 = 20 \times 10 = 10 \times 3$$

$\therefore 16 = 3$  سم

٢٤ د

الحل

مقدار عزم القوة ٢٠ نيوتن حول النقطة أ يساوي

$$20 \times 10 = 300 \text{ ما } \theta$$

$$\text{حيث } 0 \leq \theta \leq 180^\circ$$

$$\text{أي أن } 0 \leq \theta \leq 180^\circ$$

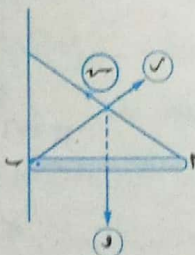
أصغر قيمة لمقدار العزم =  $300 \times \text{صفر} = \text{صفر}$

وأكبر قيمة لمقدار العزم =  $300 = 1 \times 300$

أي أن : مقدار عزم القوة  $\in [200, 0]$

٢٥ ١

الحل







١٥

الحل

$$1.5 = 2 \times 4 = 8 \text{ م/ث}$$

$$1.5 = 2 \times 4 = 8 \text{ م/ث}$$

$$1.5 = 2 \times 4 = 8 \text{ م/ث}$$

انحر ميل الأسفل.

$$1.5 = 2 \times 4 = 8 \text{ م/ث}$$

$$1.5 = 2 \times 4 = 8 \text{ م/ث}$$

١٦

الحل

$$60 + 100 = 160 \text{ سم}$$

$$160 = 70 \text{ نيوتن}$$

$$160 = 70$$

$$160 = 70$$

$$160 = 70$$

$$160 = 70$$

١٧

١٨

الحل

$$3\sqrt{2} \times 4 = 60 \text{ م/ث}$$

$$3\sqrt{2} \times 4 = 60 \text{ م/ث}$$

$$3\sqrt{2} \times 4 = 60 \text{ م/ث}$$

$$3\sqrt{2} \times 4 = 60 \text{ م/ث}$$

١٩

الحل

الكتلة	ل	هـ	ع
س	١	٥	٢
ص	١	٢	٤

$$12 = \frac{2 \times 1 + 5 \times 2 + 1 \times 4}{1 + 5 + 1}$$

$$12 = \frac{2 \times 1 + 5 \times 2 + 1 \times 4}{1 + 5 + 1}$$

$$\left(\frac{12}{9}, \frac{12}{9}\right) = \text{مركز الثقل}$$

١١

الحل

مساحة  $\Delta$  (ح ص ع) : مساحة  $\Delta$  (أ ب ح) = ١ : ٤  
بفرض أن كتلة  $\Delta$  ح ص ع = ٤  
كتلة  $\Delta$  أ ب ح = ٤

ل	هـ	ع	ل
س	٢	٢	٤
ص	٢	٢	٤

$$س = \frac{\frac{4}{3} \times 2 - \frac{1}{3} \times 2 + \frac{2}{3} \times 4}{4 - 2 + 2} = \frac{20}{6}$$

$$ص = \frac{2 \times 2 - 2 \times 2 + 4 \times 4}{4 - 2 + 2} = 4$$

$$طاه = \frac{20}{6} = 3.33$$

١٥

الحل

القوتان (١٠ ، ١٠) تكونان

ازدواجاً عزمه ع

$$120 \times 10 = 1200 \text{ سم}$$

$$1200 = 1200 \text{ نيوتن سم}$$

والقوتان (٥٠ ، ٥٠)

تكونان ازدواجاً عزمه ع

$$50 \times 50 = 2500 \text{ سم}$$

$$130 = \sqrt{50^2 + 120^2}$$

القوتان (١٣٠ ، ١٣٠) تكونان ازدواجاً عزمه ع

$$130 \times 130 = 16900 \text{ سم}$$

$$16900 - 2500 + 1200 = 15600 \text{ سم}$$

$$10 = 10 \text{ نيوتن}$$

١٦

الحل

$$\vec{A} - \vec{A} = \vec{0} = (1, 1)$$

$$\vec{B} - \vec{B} = \vec{0} = (2, 2)$$

$$\vec{C} - \vec{C} = \vec{0} = (1, 0)$$

٢٤ ب

$$\vec{E} = \sqrt{(4)^2 + (3)^2} = 5 \text{ ث.كجم.}$$

∴ مجموع عزوم القوى حول م = عزم المحصلة حول م  
∴  $1 \times 5 = 1 \times 3 + 2 \times 4$   
∴  $1 = 1$  متر

٢٥ ج

الحل

عند التعليق من نقطة ح يكون ح رأسياً لأنه خط تماثل للشكل الهندسي  
∴ سنر // ح فإن سنر أيضاً يكون رأسياً.

### النموذج التاسع

١ ب

الحل

∴ قوة الاحتكاك النهائي = ممر  $1 \times 3 = 3$  نيوتن  
∴ الجسم تحت تأثير قوة أفقية تحاول تحريكه  
 $3 \geq 0 > 0$  ∴ ممر  $3 \geq 0$   
 $2 \geq 0 > 0$  ∴ ممر  $2 \geq 0$   
 $1 \geq 0 > 0$  ∴ ممر  $1 \geq 0$   
 $[2, 1] \ni 0$

٢ ا

الحل

الكتلة	٤	٥	٣
س	٠	١٢	٦
ص	٠	٠	٣٦

$$6 \frac{1}{4} = \frac{6 \times 3 + 12 \times 5}{3 + 5 + 4} = \text{س م}$$

$$3 \frac{2}{3} = \frac{3 \times 6 + 3 \times 3}{3 + 5 + 4} = \text{ص م}$$

$$(\text{مركز الثقل} = 6 \frac{1}{4}, 3 \frac{2}{3})$$

٣ د

الحل

$$\begin{aligned} \vec{r} &= \vec{A} - \vec{P} = \vec{A} - \vec{P} = (3, 0) \\ \vec{E} &= \vec{A} \times \vec{P} = (4, 3) \times (3, 0) = 11 \\ \vec{E} &= 11 \\ \text{طول العمود} &= \frac{11}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2.2 \end{aligned}$$

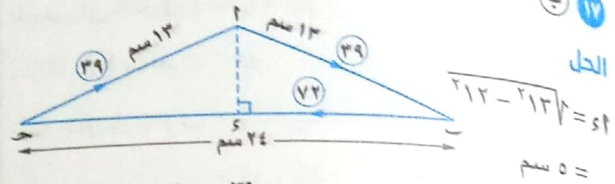
٣٣

المحاضر (الاستاتيكا - إجابات بنك الأسئلة والامتحانات) ٥٢ / ٢٤

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{A} \times \vec{P} + \vec{B} \times \vec{Q} + \vec{C} \times \vec{R} \\ &= (3, 1) \times (3, 2) + (4, 2) \times (1, 1) + (7, 3) \times (1, 0) \\ &= 8 \\ \therefore \text{المجموعة تكافئ ازدواج معيار عزمه} &= 8 \text{ وحدة عزم.} \end{aligned}$$

١٧ ب

الحل



$$\begin{aligned} \therefore \text{القوى في اتجاه دورى واحد} &, 3 = \frac{39}{13} = \frac{72}{24} \\ \therefore \text{المجموعة تكافئ ازدواجاً مقداره} & \\ 2 \times \text{مساحة } \triangle &= 3 \times 5 \times 24 \times \frac{1}{4} \times 2 = 360 \text{ نيوتن.سم} \end{aligned}$$

١٨ ا

١٩ د

الحل

$$\theta = 90^\circ - \theta = 0^\circ$$

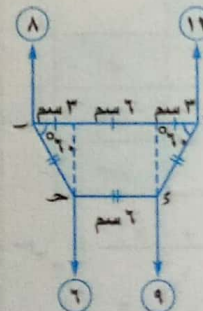
٢٠ ب

٢١ ج

٢٢ ا

٢٣ ب

الحل



$$\begin{aligned} 6 - 9 - 8 + 12 &= 0 \\ \therefore \text{نيتون لأعلى وتؤثر في} & \\ \text{نقطة تبعد عن } & \text{بمقدار ٦ سم} \\ \therefore \text{مجموع عزوم القوى حول } & \\ \text{عزم المحصلة حول } & \\ \therefore \text{س} &= 3 \text{ سم} \end{aligned}$$



١ ب

الحل

$$U = 36 + 84 = 120 \text{ نيوتن}$$

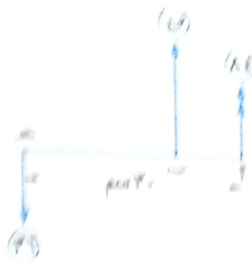
$$E = 36$$

$$U = 36 \times 36 = 1296$$

$$U = 120 - 1296 = -1176$$

$$U = 9$$

$$U = 9 - 30 = -21 \text{ سم}$$



١ ٥

الحل

الجسم على وشك الحركة.

$$U = 20 \text{ م.م.}$$

$$U = \frac{1}{4} \times \frac{24}{4} = \frac{3}{2}$$

$$U = \frac{3}{2} = 1.5$$

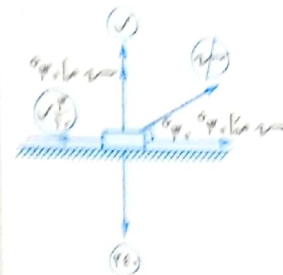
$$U = 240 + 30 = 270$$

$$U = \frac{1}{4} + 3 = 3.25$$

$$U = 270 + \left( \frac{1}{4} + \frac{3}{2} \right) = 270 + 1.75 = 271.75$$

$$U = \frac{(2 + 3 \times 1.5)}{6} = 0.75$$

$$U = 70.86 \text{ ث.كجم}$$



١ ٦

الحل

$$U = 14 \times 7 - 5 \times 8 = 138 \text{ نيوتن.سم}$$

٧ ب

الحل

$$U = 15$$

$$U = 15 \text{ م.م.}$$

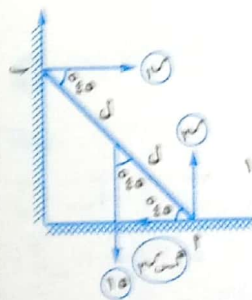
$$U = 15 \times 15 = 225$$

$$U = 2 \times 15 = 30$$

$$U = 7.5 \text{ ث.كجم}$$

$$U = 15 = 7.5$$

$$U = \frac{1}{2}$$



٨ ب

الحل

$$(2, 2) = \left( \frac{1+2+3+4}{4}, \frac{1+2+3+4}{4} \right) = 2.5$$

$$U = 2.5$$

مساحة  $\Delta$  :  $U = 2.5$  :  $U = 2.5$

$$U = 2.5 = 9 \times 9 \times \frac{1}{4} : 2 \times 9 \times \frac{1}{4} =$$

يفرض أن كتلة  $\Delta$  :  $U = 2.5$

كتلة  $\Delta$  :  $U = 2.5$

$$\left( \frac{1+2+3+4}{4}, \frac{1+2+3+4}{4} \right) = 2.5$$

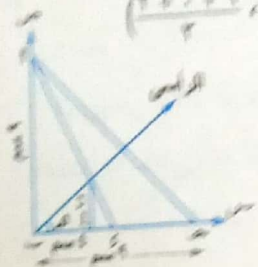
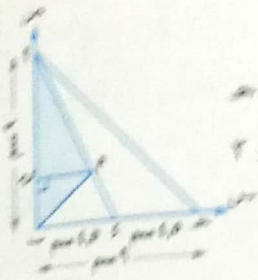
$$(2, 2) =$$

الكتلة	U	U
س	1	2
ص	4	2

$$U = \frac{2 \times 2 + 1 \times 2}{2 - 2} = 2$$

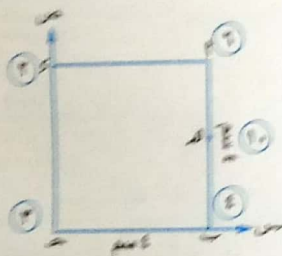
$$U = \frac{2 \times 2 + 4 \times 2}{2 - 2} = 2.5$$

$$U = \frac{2.5}{2} = 1.25$$



٩ ب

الحل



نختار الاتجاهين المتعامدين ح س ، ح ص

ح	س	ح	س	ح
2	2	2	2	2
2	2	2	2	2
2	2	2	2	2

$$U = \frac{2 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2}{2 + 2 + 2 + 2} = 2$$

$$U = \frac{2 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2}{2 + 2 + 2 + 2} = 2$$

أي أن : مركز الثقل يبعد عن نقطة ح مسافة

$$U = \frac{2 \times 2 + 2 \times 2}{2 + 2} = 2$$

# اجابات نماذج الامتحانات التدريبية

$$\frac{(10, -8, 6)}{\sqrt{(10)^2 + (-8)^2 + (6)^2}} \times \sqrt{20} = \frac{\vec{a}}{\|\vec{a}\|} \times \vec{u} = \vec{v} \therefore$$

$$(20, -16, 12) = \vec{v} \times \vec{u} = \vec{w} \therefore$$

$$\vec{v} \times \vec{u} = \vec{w} \therefore$$

$$\vec{v} \times \vec{u} = \vec{w} \therefore$$

١٤ ب

الحل

القوتان (١٠، ١٠) تكونان

ازدواجاً قياسه الجبرى (ج)

$$2 \times 10 = 20 \text{ سم}$$

$$20 \text{ نيوتن سم}$$

والقوتان (١٥، ١٥)

تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (ج)

$$2 \times 15 = 30 \text{ نيوتن سم}$$

$$2 \times 15 = 30 \text{ نيوتن سم}$$

القوتان (٢٠، ٢٠)

تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (ج)

$$2 \times 20 = 40 \text{ نيوتن سم}$$

$$(20, 20) + (15, 15) + (10, 10) = 20 + 15 + 10 = 45 \text{ نيوتن سم}$$

$$45 \text{ نيوتن سم}$$

$$2 \times 20 = 40 \text{ نيوتن سم}$$

القوتان (٢٠، ٢٠) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (ج)

$$2 \times 20 = 40 \text{ نيوتن سم}$$

$$45 \text{ نيوتن سم}$$

$$\frac{20 \times 15}{2} = 150 \text{ نيوتن}$$

١٥ ج

١٦ د

الحل

بالنسبة للجسم الذى وزنه (٣)

(١)

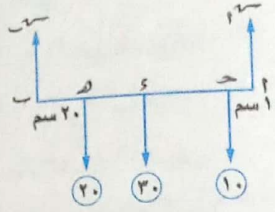
$$3 = 3 \text{ م}$$

بالنسبة للجسم الذى وزنه (٣ + ٣)

٣٥

١٠ د

الحل



$$60 = 20 + 30 + 10$$

$$60 = 60$$

$$30 \times 30 + 50 \times 10 = 60 \times 30 - 20 \times 20 +$$

$$30 \text{ نيوتن} = 30 \text{ نيوتن}$$

$$30 - 30 = 0 \text{ نيوتن}$$

١١ ب

الحل

القضيب متزن

$$40 \times 6 = 20 \times 20 + 30 \times 30$$

$$240 = 240 \text{ نيوتن}$$

١٢ ا

الحل

الجسم يكون على وشك الحركة تحت تأثير وزنه إذا وضع

على مستوى مائل خشن يميل بزاوية ظلها  $\frac{1}{4}$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

على المستوى الأفقى :

$$28 = 20 + 8$$

$$28 = 20 + 8$$

$$28 = 20 + 8$$

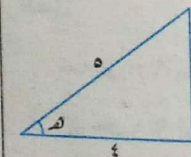
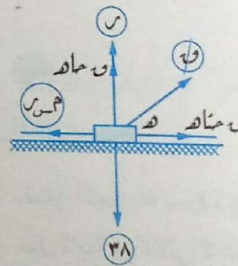
$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

بالتعويض من (٢) فى (١) :

$$28 = 20 + 8$$

$$10 \text{ ث.كجم}$$



١٣ ب

الحل

من هندسة الشكل :

$$(0, 8, 6) = 6, (10, 0, 0) = 10$$

$$(10, -8, 6) = 10 - 8 = 2$$



(٢)

$$43 + 9 = 52 = (2 + 9) \times 4 = 49$$

وبالتعويض من (١) في (٢):

$$43 + 9 = 52$$

١٧

الحل

$$\vec{u} // \vec{v}$$

$$\vec{u} = \vec{v} = \vec{e}$$

∴ ميل القوة  $\vec{u}$  = ميل  $\vec{AB}$  وبفرض النقطة ب (س ، ص)

$$\frac{2-}{2} = \frac{2-}{1+}$$

∴  $2 + 3 = 5$  ص = ٤ هي معادلة المستقيم  $\vec{AB}$

∴ جميع النقط المعطاة تحقق المعادلة ما عدا النقطة (٤ ، ٨)

١٨

الحل

بفرض كتلة المعين

أ ب ح د = كتلة المعين

أ د ه و = ل

ومن تماثل الشكل

نجد أن مركز ثقل الشكل

يقع عند (ع) حيث

$$ع أ = (٠,٩) \text{ متر}$$

$$١ س = ١ د = ١ ح = ١ ب = \frac{\theta}{\gamma} \text{ م} \quad \text{ل} = \frac{\theta}{\gamma} \text{ م}$$

$$١ ع = ١ د = ١ س = \frac{\theta}{\gamma} \text{ م} \quad \text{ل} = \frac{\theta}{\gamma} \text{ م}$$

$$٠,٩ = ع أ$$

$$٠,٩ = \frac{\theta}{\gamma} \text{ م} \quad \text{ل} = \frac{\theta}{\gamma} \text{ م}$$

$$\frac{\theta}{\gamma} = ١ - ٠,٩ \times ٢ = ١ - \frac{\theta}{\gamma} \quad \text{ل} = \frac{\theta}{\gamma} \text{ م}$$

١٩

ب

$$\vec{u} = \vec{v} + \vec{w} + \vec{z} = ٤ \text{ في اتجاه جميع القوى}$$

∴ مجموع عزوم القوى حول أ = عزم المحصلة حول أ

$$١٥ \times ٢ - ٦ \times ١ - ٤ \times ١ = ١٠$$

$$١٠ = \frac{٢٠ + ٦}{٤} = ٩ \text{ سم}$$

٣٦

٢٠

الحل

∴ المجموعة متزنة

$$\vec{u} = \vec{v} = \text{صفر}$$

$$١٦ = ١٦ \text{ نيوتن}$$

$$٦ \times ٤ = ٨ \times ٣$$

$$١٩ = ١٦ + ٣ \text{ نيوتن}$$

$$٦ \times ١٢ = ٨ \times ٩$$

$$\vec{u} = \text{صفر}$$

$$٢ = ٣ \text{ نيوتن}$$

٢١

الحل

$$\vec{u} = ٨٠ - ٣ \sqrt{٨٠} \times (٨ + ٤) \text{ م} = ٦٠$$

$$٨٠ - ٣ \sqrt{٨٠} = ٦٠ \text{ نيوتن.متر}$$

٢٢

الحل

∴ محصلة القوتين (و ، و) هي (٢ و) وتؤثر في النقط (ح)

∴ الشد يؤثر أيضًا في النقطة (ح)

∴ لا بد وأن يؤثر رد فعل المفصل في (ح)

∴ اتجاه رد فعل المفصل هو ب ح

٢٣

الحل

مقدار المحصلة سوف يتضاعف ولكن النسبة بين و ، و

تظل ثابتة وبالتالي لا تتغير نقطة تأثير المحصلة

٢٤

الحل

$$\vec{u} = ٩ \text{ سم}$$

$$\vec{u} = ٦ \text{ سم}$$

$$١٠ = \sqrt{٣٦ + ٦٤} \text{ سم}$$

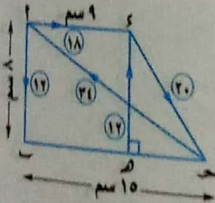
$$١٧ = \sqrt{١٥ + ٨} \text{ سم}$$

القوتان (١٢ ، ١٢) تكونان ازدواجًا

والقياس الجبري لعزمه =  $٩ \times ١٢ = ١٠٨$  نيوتن.سم

، القوى ١٨ ، ٢٠ ، ٣٤ نيوتن في ترتيب دوري واحد

$$\text{في } \Delta \text{ ح حيث: } \frac{٢٤}{١٧} = \frac{٢٠}{١٠} = \frac{١٨}{٩}$$



## اجابات نماذج الامتحانات التدريبية

$$\begin{aligned} ٤٤ - ٤٠ &= ٤ \\ ٤٤ - ٤٠ &= ٤ \\ ٤٤ - ٤٠ &= ٤ \\ ٤٤ - ٤٠ &= ٤ \end{aligned}$$

$$١٤ = ٤$$

١٤

الحل

$$٢٢٣٥٠٠ = ١٠٠ \times ٤٥٠$$

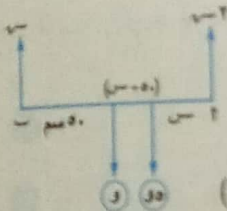
١٤

الحل

$$٨ = \frac{٢٢}{٢} = ١١$$

١٤

الحل



$$\begin{aligned} ٢٠ &= ٥٠ + ٥٠ \\ ٢٠ &= ٥٠ + ٥٠ \\ ٢٠ &= ٥٠ + ٥٠ \end{aligned}$$

$$٢٠ = ٥٠ + ٥٠$$

$$٢٠ = ٥٠ + ٥٠$$

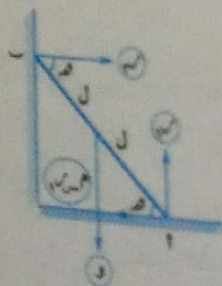
$$٢٠ = ٥٠ + ٥٠$$

بالتعويض من (١) في (٢):

$$٢٠ = ٥٠ + ٥٠$$

$$٢٠ = ٥٠ + ٥٠$$

يعلق الثقل (٥٠) على بعد ٢٠ سم من أحد الطرفين حتى يكون الشد ناحيته ضعفت مقداره في الخيط الآخر.



١٤

الحل

نفرض أن طول القضيب ٢ ل ووزنه ٢

$$٢ = ٢ + ٢$$

$$٢ = ٢ + ٢$$

$$٢ = ٢ + ٢$$

$$٢ = ٢ + ٢$$

$$٢ = ٢ + ٢$$

$$٢ = ٢ + ٢$$

١. هذه المجموعة تكون اردواجيا القياس الجبري لعزمه  
٢. مساحة  $\Delta ٥٩ = ٢ \times ٨ = ١٦$   
٣. المجموعة تكافئ اردواجيا واحدا قياسه الجبري  
٤. المجموعة تكافئ اردواجيا معيار عزمه  $٣٦ = ١٠٨ + ١٤٤$   
٥. المجموعة تكافئ اردواجيا معيار عزمه  $٣٦ = ١٠٨ + ١٤٤$

١٤

الحل

$$\begin{vmatrix} ٤ & ٢ & ١ \\ ١ & ٢ & ١ \\ ١ & ٢ & ١ \end{vmatrix} = ٤ \times ١ - ٢ \times ١ = ٢$$

$$٤(١ + ١) + ٢(١ - ١) = ٨$$

$$٢ = ١$$

$$١٦ = ٤ + ١٢$$

## النموذج العائلي

١٤

الحل

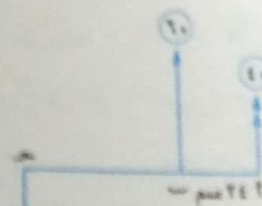
$$(٦, ١, ١) = ٦ - ١ = ٥$$

$$(٥, ١, ٢) \times (٦, ١, ١) = ٥ \times ١ = ٥$$

$$\begin{vmatrix} ٤ & ٢ & ١ \\ ١ & ٢ & ١ \\ ٥ & ١ & ٢ \end{vmatrix} = ٤(٢ - ١) - ٢(١٢ - ٥) + ١(٢ - ١٠) = ٤ - ١٦ + ٨ = -٨$$

١٤

الحل



$$٦٠ - ٤٠ = ٢٠$$

$$٦٠ - ٤٠ = ٢٠$$

$$٢٠ = ٢٠$$

$$٢٠ = ٢٠$$

$$٦٢ = ٢٤$$

$$٢٤ \times ٦٠ = ١٤٤٠$$

$$٢٤ - ٧٢ = ٤٨$$

١٤

الحل

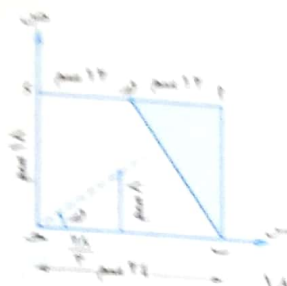
$$\begin{aligned} ١ - ٢ &= ١ \\ ١ - ٢ &= ١ \\ ١ - ٢ &= ١ \end{aligned}$$

$$١ = ٢$$



٨ د

الحل



مساحة المستطيل =  $18 \times 24 = 432$  سم<sup>2</sup>

ومركزه (٩، ١٢)

مساحة المثلث =  $18 \times 12 \times \frac{1}{2} = 108$  سم<sup>2</sup>

ومركزه (١٢، ١٢) =  $\left(\frac{18+18+0}{3}, \frac{12+24+24}{3}\right)$

١٠.٨	٤٣٢	١
٢٠	١٢	٢
١٢	٩	٣

$$\frac{28}{3} = \frac{20 \times 10.8 - 12 \times 432}{10.8 - 432} = \text{س م}$$

$$٨ = \frac{12 \times 10.8 - 9 \times 432}{10.8 - 432} = \text{ص م}$$

$$\frac{7}{٧} = \frac{٨}{\left(\frac{28}{3}\right)} = \text{ط م}$$

٩ ج

١٠ ج

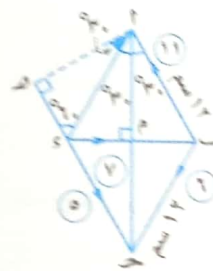
الحل

من هندسة الشكل :

$$٢٦ = ٢٦ \text{ سم، } ٢٦ = ٢٦ \text{ سم}$$

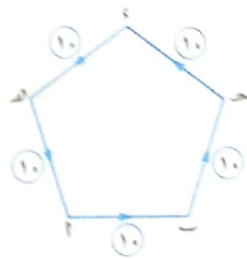
$$٢٦ \times ٥ + ٢٦ \times ٧ = ٢٦ \times ٦$$

$$٢٦ \times ٦ = ٢٦ \times ٦ \text{ نيوتن سم}$$



١١ د

الحل



القوى في اتجاه دوري واحد

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{10} = \frac{1}{10} = \frac{1}{10} = \frac{1}{10} = \frac{1}{10}$$

المجموعة تكافئ ازدواجاً القياس الجبري لعزمه

$$2 \times \text{مساحة الخماسي} \times \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3} \times \left(\frac{180}{5}\right) \times (10) \times \frac{2}{3} \times 2 =$$

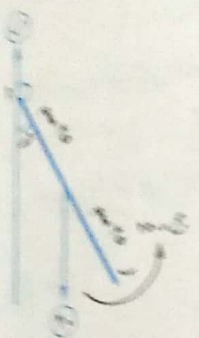
$$١٤، ١٦ \text{ ث.كجم سم}$$

معيار عزم الازدواج = ١٦، ١٤ ث.كجم سم

٢٨

١٢ ج

الحل



القضيب متزن تحت تأثير الازدواجين

القوتان (٢٠، ١٠) تكونان

ازدواجاً قياسه الجبري = - ٢٠

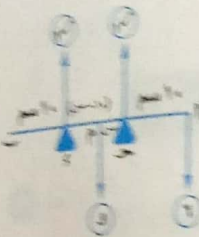
$$٢٠ = ٢٠ \times ٢٠ \times ٢٠ = ٢٠$$

$$\frac{1}{2} = ٢٠$$

$$١٠، ٢٠ = ٢٠$$

١٢ ج

الحل



بفرض أن وزن القضيب و شكيم

ويؤثر في نقطة م حيث م = س

\* عند تعليق الثقل ٦ شكيم عند ١ :

القضيب على وشك الدوران حول ح

$$\text{س م} = ٠$$

القضيب متزن تحت تأثير ثلاث مقادير في ١، ٢، ٣ شكيم

$$١٠ \times ٦ = ١٠ \times ٦$$

$$٦٠ = ٦٠$$

(١)

\* عند تعليق الثقل ٩ شكيم عند ٢ :

القضيب على وشك الدوران حول ٢

$$\text{س م} = ٠$$

القضيب متزن تحت تأثير ثلاث قوى

مقاديرها ١٠، ٩، ٦ شكيم

$$١٠ \times ٩ = (١٠ - ١٠) \times ٦$$

$$٩٠ = ٩٠$$

(٢)

بالتعويض من (١) في (٢) :  $٩٠ = ٦٠ - ١٠$  :  $١٠ = ١٠$

وبالتعويض في (١) :  $٦٠ = ١٠$

$$\text{س م} = ٤$$

بعد نقطة تأثير وزنه عن ١ =  $٤ + ١٠ = ١٤$  سم

١٤ ج

الحل

$$\text{م} = ١٠ \times ٤ = ٤٠ \text{ م} = ٤٠ \text{ م} = ٤٠ \text{ م}$$

١٨ د

الحل

$$\vec{v}_1 = \frac{4}{3} \vec{v} \quad \therefore \vec{v}_1 // \vec{v}$$

$$v_1 = 4 \quad \therefore v = 4$$

٢٠ ب

الحل

$$\frac{(2, 1) + (0, 3, 5) + (4, 6)}{2+3+5} = (2, 3) \quad \therefore$$

$$\frac{(2, 2) + (10, 7) + (12, 18)}{2+5} = (2, 3) \quad \therefore$$

$$\left( \frac{2+22}{2+5}, \frac{2+20}{2+5} \right) =$$

$$2+10=2+20 \quad \therefore 2 = \frac{2+20}{2+5}$$

$$3, 2 = \frac{0+2+22}{0+5} = 5 \quad \therefore$$

٢١ ا

الحل

بفرض أن  $a = b = c = d = s$  سم

$$\therefore \vec{v} = s \times \theta$$

$$\vec{v} = s \times \theta, \quad \vec{v} = 2s \times \theta$$

$$\therefore \vec{v} = 0$$

$\therefore$  جميع الاختيارات صحيحة ما عدا (د)

٢٢ د

الحل

بفرض أن  $v_1 = v_2 = v_3 = v$

$\therefore$  محصلة ( $v_1, v_2$ ) هي ( $2v$ )

وتؤثر في النقطة (ح)

محصلة ( $v_2, v_3$ ) هي  $v$  وتؤثر في (ح)

بعد تحرك  $v_1$  في اتجاه ح أ

مسافة  $s$  سوف تتحرك

المحصلة في اتجاه ح ب مسافة  $s$

$$\therefore \vec{v} = 0$$

$$\therefore v_1 \times v_2 = (s + s) \times v$$

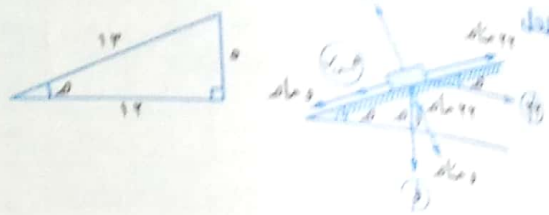
$$\therefore s = s$$

$$\therefore s + s = 2s$$

$\therefore$  المحصلة تتحرك في اتجاه ح ب مسافة  $s$

١٩ ا

الحل



$\therefore$  الجسم على وشك الحركة لأعلى.

$\therefore v = 22$  م/ث + 5 م/ث

$\therefore v = 22$  م/ث +  $\frac{5}{3} \times 22$  م/ث

$\therefore v = 22$  م/ث + 3 م/ث

وبالتعويض من (١)

$$\frac{5}{13} \times 3 + \left( \frac{12}{13} + \frac{11}{13} \right) \times \frac{1}{2} = \frac{12}{13} \times 22$$

(بالضرب  $\times 13$ )

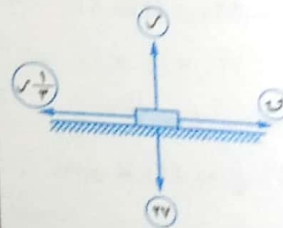
$$2.9 = 3.11$$

$$5 + 5.6 + 5.5 = 16.1$$

$\therefore 19$  نيوتن.

٢٣ ب

الحل



$\therefore$  الاحتكاك نهائي

$\therefore$  معادلتا الاتزان هما :

$$v = \frac{1}{2} \times 27$$

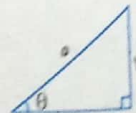
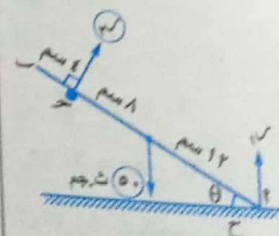
$$27 = v$$

$$\therefore v = \frac{1}{2} \times 27 = 9 \text{ ث كجم} = 9.8 \times 9 = 88.2 \text{ نيوتن}$$

٢٤ د

١٨ ا

الحل



$\therefore$  القضيبة مقزنة

$$12 \times 50 = 20 \times \theta$$

$$\frac{4}{5} \times 12 \times 50 = 20 \times \theta$$

$$48 = 20 \times \theta$$



٢٣

الحل

نقطة تأثير القوى لك ، لك

٤ لك ، لك ، لك هي على الترتيب

$$(8, 2), (2, 1), (0, 0), (2, 1), (8, 2)$$

$$\frac{2-x \text{ لك} + 1-x \text{ لك} + 0 \times \text{لك} + 1 \times \text{لك} + 2 \times \text{لك}}{\text{لك} + \text{لك} + \text{لك} + \text{لك} + \text{لك}} = \text{س} \therefore$$

صفر =

$$2.5 = \frac{8 \times \text{لك} + 2 \times \text{لك} + 0 \times \text{لك} + 1 \times \text{لك} + 2 \times \text{لك} + 8 \times \text{لك}}{\text{لك} + \text{لك} + \text{لك} + \text{لك} + \text{لك}} = \text{ص} ,$$

$(2.5, 0)$  = مركز الثقل

٢٤

الحل

$$12 \times \theta \text{ م} \cdot \text{ا} = 0$$

$$60 = 0 \times \theta \text{ م} \cdot \text{ا} +$$

$$12 = \theta \text{ م} \cdot \text{ا} + \theta \text{ م} \cdot \text{ا} \therefore$$

$$1 = \theta \text{ م} \cdot \text{ا} \frac{12}{13} + \theta \text{ م} \cdot \text{ا} \frac{12}{13} \therefore$$

وبفرض أن  $\theta \text{ م} \cdot \text{ا} = \frac{12}{13}$

$$\frac{12}{13} = \theta \text{ م} \cdot \text{ا} \therefore$$

$$1 = \theta \text{ م} \cdot \text{ا} + \theta \text{ م} \cdot \text{ا} \therefore$$

$$1 = (\theta - \text{س}) \text{ م} \cdot \text{ا} \therefore \theta - \text{س} = \text{صفر}$$

$$\frac{12}{13} = \theta \text{ م} \cdot \text{ا} = \text{س} \therefore$$

٢٥

الحل

$$\frac{4}{1} = \frac{36}{9} = \frac{\text{مساحة المربع الأكبر}}{\text{مساحة المربع الأصغر}}$$

$\therefore$  مركز ثقل المجموعة يقسم  $\overline{AC}$  بنسبة ٤ : ١ من جهة م

### النموذج الحادي عشر

١

الحل

$$\overline{AC} \times \overline{AB} = \overline{BC}^2$$

$$(3 - \text{ع}) \times (1, 2) =$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 \Rightarrow (4 \times 1 - 3 \times 2) =$$

٤٠

٢١

الحل

لك	٤٨٠٠	١٢٠٠
س	٤	٨
ص	٣	٠

$$\frac{8 \times 1200 + 4 \times 4800}{1200 + 4800} = \text{س} \therefore$$

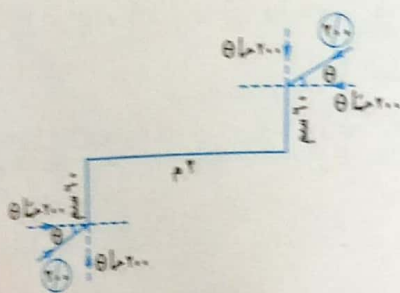
س = ٤, ٨ = ص

$$\text{ص} = \frac{0 \times 1200 + 3 \times 4800}{1200 + 4800} = ٢, ٤ = \text{س} \therefore$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2.4}{4.8} = \text{طاله} \therefore$$

٢٢

الحل



$$200 \times \theta \text{ م} \cdot \text{ا} - 120 \times \theta \text{ م} \cdot \text{ا} = 0$$

$$200 \times \frac{2}{5} \times 200 - 120 \times \frac{2}{5} \times 200 =$$

$$= 17600 - 17600 \text{ نيوتن} \cdot \text{م} =$$

$\therefore$  معيار عزم الازدواج = ١٧٦ نيوتن·م

٢٣

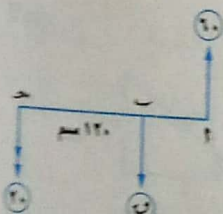
الحل

$$80 = 0.75 \div 60 = \text{م} \therefore$$

$$\therefore 100 = \sqrt{(60)^2 + (80)^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \text{م} \therefore$$

٢٤

الحل



$$60 - \text{ق} = \text{ح} \therefore$$

$$60 - \text{ق} = 20 \therefore$$

$$\text{ق} = 80 \text{ ث كجم}$$

$$\therefore \text{ح} = 0 = 20 \times 12 + 80 \times \text{ق} - 60 \times \text{ح} \therefore$$

$$0 = 240 + 80 \times 80 - 60 \times \text{ح} \therefore$$

$$160 = \text{ح} \therefore$$

$$\therefore \text{طول القضيب} = 120 - 160 = 40 \text{ سم}$$





بجمع (٣) ، (٦) :

$$٢٥ + ٢٥ \text{ مټا هـ} = ٥٠ \text{ مټا هـ} + ٢٥ \text{ مټا هـ} = ٧٥ \text{ مټا هـ}$$

$$\therefore \frac{1}{4} \text{ مټا هـ} = ٣٠^\circ$$

$\therefore$  المستوى يميل على الافقى بزاوية قياسها  $٣٠^\circ$

١٣ ب

الحل

$\therefore$  الجسم على وشك الحركة

$$\therefore \text{ق حنا ٢ ل} = \text{ق ح س}$$

$$\therefore \text{ق ح س} = \text{ق ل}$$

$$\therefore \text{ق حنا ٢ ل} = \text{ق س طال}$$

$$\text{ق س} + \text{ق حنا ٢ ل} = \text{و}$$

$$\therefore \text{ق س} = \text{و} - \text{ق حنا ٢ ل}$$

من (١) ، (٢) :  $\therefore \text{ق حنا ٢ ل} = \text{ق ل} - \text{ق حنا ٢ ل}$

$$\therefore \frac{\text{ق حنا ٢ ل}}{\text{ق ل}} = \frac{\text{ق حنا ٢ ل} - \text{ق حنا ٢ ل}}{\text{ق ل}}$$

$$\therefore \text{ق حنا ٢ ل حنا ل} = \text{ق حنا ل حنا ل} - \text{ق حنا ل حنا ل}$$

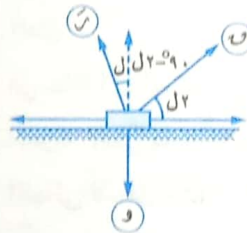
$$\therefore \text{ق حنا ل حنا ل} = \text{ق حنا ل حنا ل} + \text{ق حنا ل حنا ل} = \text{ق حنا ل حنا ل}$$

$$\therefore \text{ق حنا ل حنا ل} = \text{ق حنا ل حنا ل}$$

$$\therefore \frac{\text{ق حنا ل حنا ل}}{\text{ق حنا ل}} = \text{ق حنا ل حنا ل}$$

$$\therefore \text{ق حنا ل حنا ل} = \text{ق حنا ل حنا ل}$$

حل آخر باستخدام قاعدة لامى :



$$\frac{\text{ق حنا ٢ ل}}{\text{ق حنا ٢ ل}} = \frac{\text{ق حنا ٢ ل}}{\text{ق حنا ٢ ل}}$$

$$\frac{\text{ق حنا ٢ ل}}{\text{ق حنا ٢ ل}} = \frac{\text{ق حنا ٢ ل}}{\text{ق حنا ٢ ل}}$$

$$\frac{\text{ق حنا ٢ ل}}{\text{ق حنا ٢ ل}} = \frac{\text{ق حنا ٢ ل}}{\text{ق حنا ٢ ل}}$$

$$\therefore \frac{\text{ق حنا ٢ ل}}{\text{ق حنا ٢ ل}} = \frac{\text{ق حنا ٢ ل}}{\text{ق حنا ٢ ل}}$$

$$\therefore \text{ق حنا ل حنا ل} = \text{ق حنا ل حنا ل}$$

١٤ ا

الحل

القضيب متزن تحت تأثير ازدواجين  $\text{ع}_١$  ،  $\text{ع}_٢$

$\therefore$  القوتان (س ، ٣) تكونان ازدواجًا قياسه الجبرى (ع ، ١)

$$\therefore \text{س} = ٣ \text{ ث.كجم}$$

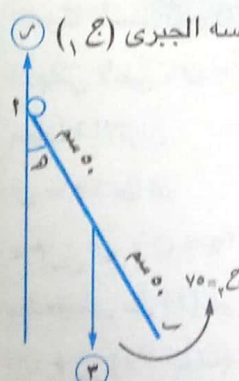
$$\text{ع}_١ = ٣ \times ٥٠ \times ٥٠ \text{ مټا هـ} = ٧٥٠ \text{ مټا هـ}$$

$$\therefore \text{ع}_١ = ٧٥٠ \text{ مټا هـ}$$

$$\therefore ٧٥٠ = ٣ \times ٥٠ \times ٥٠ \text{ مټا هـ}$$

$$\therefore \frac{1}{4} \text{ مټا هـ} = ٣٠^\circ$$

$$\therefore \text{ق حنا ٢ ل} = ٣٠^\circ \text{ ، } ١٥٠^\circ$$



١٥ ا

الحل

فى المثلث  $\Delta$  س ب ج :

$$\frac{٢٧}{٢٩} = \frac{٢٧}{٢٩}$$

$$١٥ \text{ سم}$$

$\therefore$  القوى (٢٧ ، ٣٦ ، ٤٥) تعمل فى اتجاه دورى واحد

$$٣ = \frac{٤٥}{١٥} = \frac{٣٦}{١٢} = \frac{٢٧}{٩}$$

$\therefore$  القوى (٢٧ ، ٣٦ ، ٤٥) تكونن ازدواجًا قياسه الجبرى (ع ، ١)

$$\text{ع}_١ = ٢ \times \text{مساحة } \Delta \text{ س ب ج} \times ٣$$

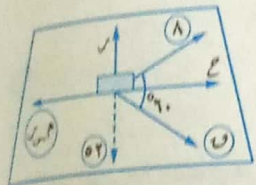
$$= ٢ \times ٩ \times ١٢ \times \frac{1}{4} \times ٣ = ٣٢٤ \text{ نيوتن سم}$$

$$= ٣٢٤ \text{ نيوتن سم}$$

$\therefore$  معيار عزم الازدواج = ٣٢٤ نيوتن سم

١٦ ا

الحل



$$\therefore \text{ع}_١ = ٦٤ + ٢ = ٦٦$$

$$= ٦٦ + ٢ = ٦٨$$

$$= ٦٨ + ٢ = ٧٠$$

$$\therefore \text{ق حنا ٢ ل} = ٧٠ \times \frac{1}{4} = ١٧.٥ \text{ نيوتن}$$

$\therefore$  الجسم على وشك الحركة  $\therefore \text{ق حنا ٢ ل} = \text{ق حنا ٢ ل}$

$$\therefore \text{ق حنا ٢ ل} = ٧٠ + ٢ = ٧٢$$

$$\therefore \text{ق حنا ٢ ل} = ٧٢ + ٢ = ٧٤$$

$$\therefore \text{ق حنا ٢ ل} = ٧٤ + ٢ = ٧٦$$

$$\therefore \text{ق حنا ٢ ل} = ٧٦ + ٢ = ٧٨$$

١٧ ج

الحل

$$\therefore \text{س} = (٣ ، ٢ ، ٤)$$

$$\begin{vmatrix} \vec{s} & \vec{v} & \vec{e} \\ ٣ & ٢ & ٤ \\ ١ & ٢ & ٢ \end{vmatrix} = \vec{e} \times \vec{s} \therefore$$

$$= (٣ - ٢ - ٤) \vec{e} - (٣ - ٢ - ٤) \vec{s} = (٣ - ٢ - ٤) \vec{e} + (٣ - ٢ - ٤) \vec{s}$$

$$= (٣ - ٢ - ٤) \vec{e} + (٣ - ٢ - ٤) \vec{s}$$

$$\therefore ٣ - ٢ - ٤ = ٣ - ٢ - ٤$$

$$\therefore ٣ = ٢ + ٢$$

$$\therefore ٢ = ٢ + ٢$$

٢٢ ب

الحل

$$\begin{aligned} \therefore \text{أ} \text{ ح} \text{ متوازي أضلاع} \\ \therefore 18 - \text{ح} = 32 + 32 \\ \therefore \text{ح} = 82 \text{ وحدة عزم} \end{aligned}$$

٢٣ ج

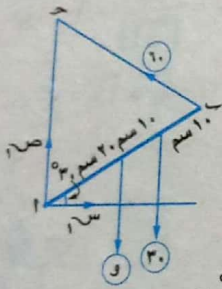
الحل

$$\begin{aligned} \therefore \text{أ} \text{ ح} = 1 \text{ م} \\ \therefore \text{أ} \text{ ح} = 1 \text{ م} \\ \therefore \text{أ} \text{ ح} = 1 \text{ م} \\ \therefore \text{أ} \text{ ح} = 1 \text{ م} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{بفرض أن: أ ح} = \text{س سم} \\ \therefore \text{أ ح} = \text{س سم} \\ \therefore \text{أ ح} = \text{س سم} \\ \therefore \text{أ ح} = \text{س سم} \end{aligned}$$

٢٤ ب

الحل



من خواص الشكل :

Δ أ ح مثلث متساوي الأضلاع

ومن الاتزان : ح = صفر

$$\therefore 30 - 60 \times 40 \times 60$$

$$= 30 \times 30 \times 60 - 60 \times 20 \times 90$$

$$\text{بالقسمة على } 30 \text{ ما } 60 \therefore \text{أ ح} = 70 \text{ ثجم}$$

٢٥ ب

الحل

$$\therefore \text{أ ح} = \text{ص} = 3 \text{ م}$$

ميل المماس عند النقطة (1, 1) يساوي 3

$$\therefore \text{ميل العمودي} = \frac{1}{3}$$

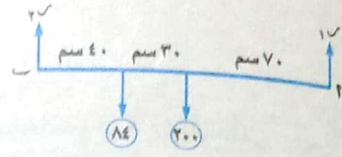
$$\therefore \text{معادلة العمودي هي } \frac{1}{3} = \frac{1 - \text{ص}}{1 - \text{س}}$$

$$\text{أي أن: س} + 3 = \text{ص} = 4$$

العمودي يقطع محور الصادات في النقطة  $(\frac{4}{3}, 0)$

$$\therefore \text{طول أ ح} = \sqrt{(1 - \frac{4}{3})^2 + (1 - 0)^2} = \sqrt{\frac{1}{9} + 1} = \sqrt{\frac{10}{9}} = \frac{\sqrt{10}}{3}$$

$$\therefore \text{عزم القوة أ ح بالنسبة للنقطة ب} = \frac{\sqrt{10}}{3} \times \frac{\sqrt{10}}{3} \times 6 = 20 \text{ وحدة عزم}$$



١٨ ج

الحل

$$\text{من شروط الاتزان: } 284 = 1 \text{ م} + 1 \text{ م}$$

$$\therefore \text{أ ح} = \text{صفر}$$

$$\therefore 160 = 1 \text{ م} \times \text{ثجم}$$

$$\text{ومن (1): } 124 = 1 \text{ م} \times \text{ثجم}$$

١٩ ب

الحل

$$\therefore \text{أ ح} = \frac{0}{13} \text{ (موجبة)}$$

من تقع في الربع الأول أو الثاني

$$\therefore \text{أ ح} = (13 \text{ ما هـ}, 13 \text{ ما هـ}) = (0, 12), (0, 12)$$

$$\therefore \text{أ ح} = (0, 12), (0, 12)$$

$$\therefore \text{أ ح} = (0, 12), (0, 12)$$

$$\therefore \text{أ ح} = 17 - 1 = 16$$

$$\therefore \text{أ ح} = 12 - 1 = 11$$

٢٠ أ

الحل

$$\therefore \text{مركز الثقل} = \frac{(1, 0) \times 3 + (1, 2) \times 2 + (2, 2) \times 1}{3 + 2 + 1}$$

$$= \left( \frac{4}{6}, \frac{4}{6} \right) = \left( \frac{2}{3}, \frac{2}{3} \right)$$

٢١ ب

الحل

$$\therefore \text{أ ح} = (1 - \text{س}) + 2 \text{ ص} = 9$$

مركزها م (0, 1) وطول نصف قطرها 3 وحدة طول

$$\therefore \text{أ ح} = (10 - \text{س}) + 2 \text{ ص} = 10$$

الدائرتين متماسكتين من الخارج

$$\therefore 9 = \sqrt{(0 - 10)^2 + (1 - 10)^2}$$

نقطة 6 وحدة طولية

$$\therefore \text{مساحة الدائرة د} = \frac{\pi (3)^2}{4} = \frac{\pi (6)^2}{4}$$

كتلة الدائرة د = 4، كتلة الدائرة د = 4

مركز ثقل المجموعة يقع داخل د





# اجابات نماذج الامتحانات التدريبية

$$14 \text{ سم} = 1120 - 10 \times 140 = 10 \text{ سم}$$

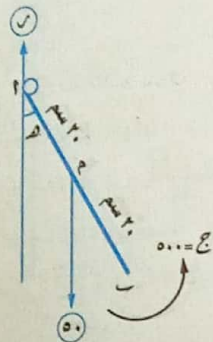
∴ سم 20 = سم

∴ يعلق الثقل على بعد 20 سم من الطرف 2

14

الحل

∴ القضيب متزن تحت تأثير ازدواجين  
∴ القوتان (50، 50) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى  
= 500 - 500 سم.جم.سم



$$50 = 50 \text{ رأسياً لأعلى}$$

$$500 = 50 \times 20 \times 500 = 500$$

$$1 = 500$$

$$50 = 50 \text{ رأسياً لأعلى}$$

$$500 = 50 \times 20 \times 500 = 500$$

$$1 = 500$$

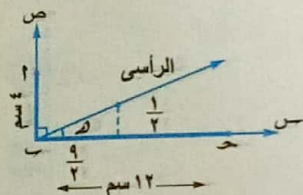
$$50 = 50 \text{ رأسياً لأعلى}$$

$$500 = 50 \times 20 \times 500 = 500$$

$$1 = 500$$

15

الحل



$$3 : 1 = 12 : 4 = 3 : 1$$

نفرض أن كتلة أ = 3

كتلة ب = 3

وكل منهما فى منتصف السلك

الكتلة	ب	أ
3	0	6
ص	2	0

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ ص م ، } \frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ ص م}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ ص م ، } \frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ ص م}$$

16

الحل

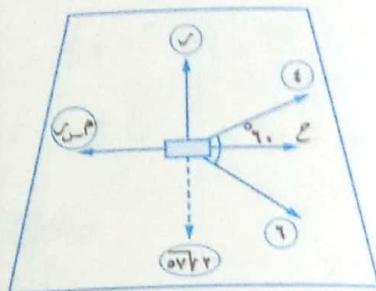
$$\frac{9}{4} = \frac{3 \times 2 + 3 \times 1 + 0 \times 1}{2 + 1 + 1} = 3 \text{ سم}$$

$$2 = \frac{4 \times 2 + 0 \times 1 + 0 \times 1}{2 + 1 + 1} = 2 \text{ ص م ،}$$

∴ مركز الثقل هو (2، 9/4)

17

الحل



$$19 \sqrt{2} = 19 \sqrt{2} \text{ ث.كجم}$$

∴ الجسم متزن  
وعلى وشك الحركة

$$19 \sqrt{2} = 19 \sqrt{2} \text{ ث.كجم}$$

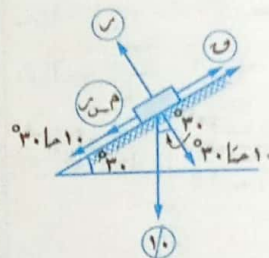
$$19 \sqrt{2} = 19 \sqrt{2} \text{ ث.كجم}$$

$$19 \sqrt{2} = 19 \sqrt{2} \text{ ث.كجم}$$

$$\frac{19 \sqrt{2}}{3} = \frac{19 \sqrt{2}}{3} = \frac{19 \sqrt{2}}{3} = \frac{19 \sqrt{2}}{3}$$

18

الحل



∴ الجسم على وشك الانزلاق  
تحت تأثير وزنه.

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

∴ الجسم على وشك الحركة لأعلى.

$$1 = 1 = 1 = 1$$

$$1 = 1 = 1 = 1$$

$$1 = 1 = 1 = 1$$

$$1 = 1 = 1 = 1$$

بالتعويض من (2) فى (1) :

$$1 = 1 = 1 = 1$$

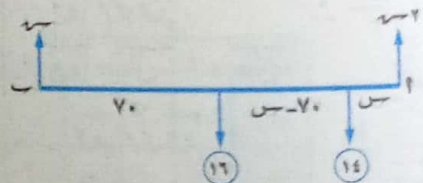
19

الحل

$$\frac{10 \sqrt{2}}{2} = \frac{10 \sqrt{2}}{2} = \frac{10 \sqrt{2}}{2} = \frac{10 \sqrt{2}}{2}$$

20

الحل



من شروط الاتزان

$$20 = 16 + 14 = 30$$

∴ 10 نيوتن.

$$0 = 14 \times 10 - 70 \times 16 + 14 \times 10 = 0$$



١٧

الحل

من الاتزان ج = ٠

$$\therefore \frac{1}{4} \times \text{ل مآه}^\circ + \text{س مآه}^\circ \times \frac{1}{4} - \text{ل مآه}^\circ \times \frac{1}{4} = 0$$

$$\therefore \frac{1}{4} \times \text{ل مآه}^\circ + \text{س مآه}^\circ \times \frac{1}{4} - \text{ل مآه}^\circ \times \frac{1}{4} = 0$$

$$\therefore \frac{1}{4} \times \text{ل مآه}^\circ + \text{س مآه}^\circ \times \frac{1}{4} - \text{ل مآه}^\circ \times \frac{1}{4} = 0$$

١٨

الحل

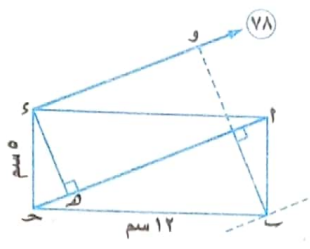
ج = ٧٨ × ٥

$$= 390$$

$$= \frac{5 \times 12}{13} \times 2 \times 78 =$$

$$= 720 \text{ نيوتن. سم}$$

$$\therefore \vec{J} = 720 \text{ نيوتن. سم}$$



١٩

الحل

$$\therefore \theta = 30^\circ \quad \therefore \theta = 90^\circ \quad \therefore \theta = 90^\circ + \theta = 120^\circ$$

$$\therefore \text{مس} = \frac{3\sqrt{2}}{2} = 2.12$$

٢٠

٢١

الحل

بفرض أن معيار أحد القوتين = ٥

$$\therefore \vec{J} \times \vec{U} = L$$

$$\therefore \vec{J} \times \vec{U} = L \times \frac{1}{4} \times \vec{U} = L \times \vec{U}$$

٢٢

٢٣

الحل

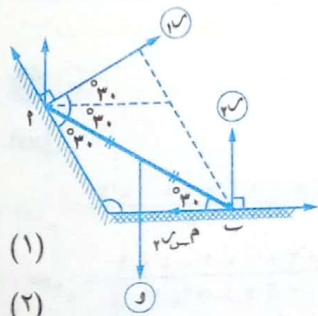
بفرض القضيب طوله ل

القضيب متزن

$$\therefore \text{مس} = 30^\circ \times \text{مس} = 30^\circ$$

$$\therefore \text{مس} = 30^\circ + \text{مس} = 30^\circ$$

$$\therefore \text{ج} = \text{صفر}$$



$$\therefore \frac{1}{4} \times \text{ل مآه}^\circ \times \frac{1}{4} = 30^\circ$$

$$\therefore \frac{1}{4} = \text{مس}$$

$$\therefore \text{مس} = \frac{1}{4} \times \text{ل مآه}^\circ \times \frac{1}{4} = 30^\circ$$

$$\therefore \text{مس} = \frac{1}{4} \times \text{ل مآه}^\circ \times \frac{1}{4} = 30^\circ$$

$$\therefore \text{مس} = \frac{1}{4}$$

٢٤

الحل

$$\therefore \text{ع} = 48 \times \pi$$

$$\therefore \text{ع} = \pi \times \frac{1}{4} \times \text{ع}$$

$$\therefore \text{ع} = 16 \times \pi \times \frac{1}{4} = \pi \times 48$$

$$\therefore \text{ع} = 9 \text{ وحدات طولية}$$

$$\therefore (0, 0, 0) = \text{أ}, (0, 0, 0) = \text{ب}, (0, 0, 0) = \text{ج}$$

$$\therefore (0, 0, 0) = \text{أ} - \text{ب} = \text{ب} - \text{ج}$$

$$\therefore \frac{(0, 0, 0)}{\sqrt{0^2 + 0^2 + 0^2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(0, 0, 0) =$$

$$(0, 0, 0) = \text{أ} - \text{ب} = \text{ب} - \text{ج}$$

$$\therefore \frac{(0, 0, 0)}{\sqrt{0^2 + 0^2 + 0^2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(0, 0, 0) =$$

$$(0, 0, 0) = \text{أ} + \text{ب} = \text{ج}$$

$$\therefore (0, 0, 0) \times (0, 0, 0) = \text{ج} \times \text{أ} = \text{ج} \times \text{ب}$$

$$\begin{vmatrix} \vec{A} & \vec{B} & \vec{C} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= 10.8 \times \vec{A} + 72 \times \vec{B}$$

٢٥

الحل

$$\therefore \frac{1}{4} = \frac{10}{3} \quad \therefore \frac{1}{4} = \frac{10}{3}$$

$$\therefore \frac{1}{4} = \frac{10}{3}$$

$$\therefore \frac{1}{4} = \frac{10}{3}$$

$$\therefore \frac{1}{4} = \frac{10}{3}$$

٤ ج

الحل

$$\begin{aligned} 2 &= 3 \\ 4 &= 2 \\ 8 &= 2 + 2 \end{aligned}$$

٥ ج

الحل

$$\begin{aligned} 90 &= 3 \times 30 \\ 90 &= 3 \times 30 \\ 90 &= 3 \times 30 \end{aligned}$$

٦ ١

الحل

$$\begin{aligned} 50 &= 20 + 30 \\ 50 &= 20 + 30 \\ 50 &= 20 + 30 \end{aligned}$$

٧ ١

الحل

$$\begin{aligned} 2 &= 3 \\ 2 &= 3 \\ 2 &= 3 \end{aligned}$$

٨ ب

الحل

$$\begin{aligned} 1 &= 2 \\ 1 &= 2 \\ 1 &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 &= 2 \\ 1 &= 2 \\ 1 &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 &= 2 \\ 1 &= 2 \\ 1 &= 2 \end{aligned}$$

### النموذج الثالث عشر

١ ج

الحل

$$\begin{aligned} 1 &= 2 \\ 1 &= 2 \\ 1 &= 2 \end{aligned}$$

٢ ١

الحل

$$\begin{aligned} 1 &= 2 \\ 1 &= 2 \\ 1 &= 2 \end{aligned}$$

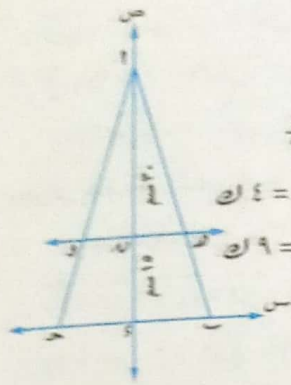
$$\begin{aligned} 1 &= 2 \\ 1 &= 2 \\ 1 &= 2 \end{aligned}$$

٣ ج

الحل

$$\begin{aligned} 1 &= 2 \\ 1 &= 2 \\ 1 &= 2 \end{aligned}$$





١١

الحل

$$\frac{4}{9} = \frac{2 \left( \frac{10}{5} \right)}{\frac{10}{5}} = \frac{(10 \Delta)}{(10 \Delta)}$$

∴ كتلة الصفيحة المثبتة ٢ م = ٤ ك

، كتلة الصفيحة المثبتة ١ م = ٩ ك

الكتلة	٤- ك	٩ ك
س	٠	٠
ص	٢٥	١٥

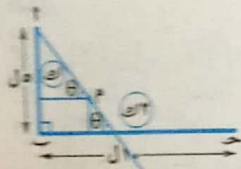
$$\therefore \text{س} = \frac{- \times \text{ك} ٩ + ٠ \times \text{ك} ٤ -}{\text{ك} ٩ + \text{ك} ٤ -} = \text{صفر}$$

$$\text{ص} = \frac{١٥ \times \text{ك} ٩ + ٢٥ \times \text{ك} ٤ -}{\text{ك} ٩ + \text{ك} ٤ -} = ٧$$

∴ مركز ثقل الشكل الرباعي هو (٧، ٠) ويبعد ٧ سم عن د

١٢

الحل



الكتلة	٢ ك	٤ ك
س	٥ ل	٠
ص	٠	٢٠,٥

$$\text{س} = \frac{٥ \times \text{ك} ٢}{\text{ك} ٢} = \frac{١٠}{٢}$$

$$\text{ص} = \frac{٢٠,٥ \times \text{ك} ٤}{\text{ك} ٢} = \frac{١٠}{٢}$$

$$\therefore \text{مركز الثقل} = \left( \frac{١٠}{٢}, \frac{١٠}{٢} \right)$$

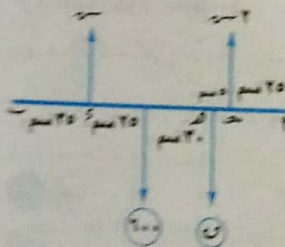
ويفرض أن  $\theta$  هي زاوية ميل ب ح على الرأسى

$$\therefore \theta = \frac{\frac{١٠}{٢} - ٥}{\frac{١٠}{٢}}$$

∴ ب ح يميل على الأفقى بزاوية ظلها  $\frac{٤}{٥}$

١٣

الحل



من معادلات الاتزان :

$$٢٠ \times ٢٥ + ٣٠ \times ٢٥ = ٢٠ \times ٢٥ + ١٠ \times ٢٥$$

∴ القياس الجبرى لمجموع

عزوم القوى حول م = صفر

$$\therefore ٢٠ \times ٢٥ + ٣٠ \times ٢٥ - ٢٠ \times ٢٥ - ١٠ \times ٢٥ = ٥٥ \times ٢٥ - ٥٥ \times ٢٥ = ٠$$

$$\therefore ١٠ \times ٢٥ = ٥٥ \times ٢٥ - ٥٥ \times ٢٥ = ٠ \quad \therefore \text{س} = ٤٠٠$$

بالتعويض فى (١) :

$$٦٠٠ = ٢ \times ٤٠٠ + ٢٠ \times ٢٥$$

$$\therefore \frac{١}{٢} \times ٢٠ \times ٦٠ = ٦٠ + ٦٠ \text{ من م} \quad \therefore ٦٠$$

$$- \text{س} \times ١٠ = ٦٠ \text{ من م} \quad \therefore \text{صفر}$$

$$\frac{٣٧}{٢} \times ٤٠ = ٢٠ + ٥ \quad \therefore ٢٠ + ٥$$

$$\therefore ٢٠ = ٢٠ - ٥ = ١٥ \text{ ل}$$

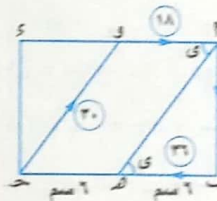
$$\therefore \text{س} = \frac{١}{٢}$$

أى أن : أقصى مسافة تصعد بها الفتاة تساوى  $\frac{١}{٢}$  طول السلم.

١٤

الحل

من هندسة الشكل :



$$\text{م} = \text{و ح} = \sqrt{٢٦^2 + ٢٨^2} = ١٠ \text{ سم}$$

∴ القوى تعمل فى اتجاه دورى واحد

$$٢ = \frac{١٨}{٦} = \frac{٣}{١} = \frac{٣٦}{١٢} = \frac{٢٤}{٨}$$

∴ القوى تكون ازدواجاً قياسه الجبرى ج<sub>١</sub> حيث

$$\text{ج} = ٢ - \times \text{مساحة شبه المنحرف أ ب ح د} \times ٢$$

$$\text{ج} = ٢ - \times \frac{١}{٢} \times (٦ + ١٢) \times ٨ = ٤٣٢ - \text{نيوتن سم}$$

نفرض أن القوتين (١) ، (٢) تعملان فى اتجاه م<sup>+</sup> ، و ح<sup>+</sup>

تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى ج<sub>٢</sub>

$$\therefore \text{ج} = - \text{ج} = ٢$$

$$\therefore ٤٣٢ = ٦ \times ٢ \times ١$$

$$\therefore ٤٣٢ = \frac{٨}{١} \times ٦ \times ٢$$

$$\therefore ٩٠ = \text{نيوتن}$$

١٥

الحل

∴ الجسم على وشك الحركة :

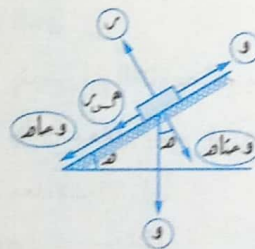
$$\therefore \text{س} = \text{و م} \text{ م}$$

$$\text{و} = \text{س} + \text{و م} \text{ م}$$

$$\text{و} = \text{س} + \text{و م} \text{ م} + \text{و م} \text{ م}$$

$$\therefore ١ = \text{س} + \text{و م} \text{ م} + \text{و م} \text{ م}$$

$$\therefore \text{ق} \text{ م} = \text{ق} \text{ م} + \text{ق} \text{ م}$$



(بالقسمة على م)

$$\vec{E} = \vec{Q} + \vec{P} = (24, -9, 4)$$

مجموع العزوم حول «و»

$$\vec{E} \times \vec{Q} = (6, 0, 0) = (24, -9, 4) \times (6, 0, 0)$$

$$\begin{vmatrix} \vec{E} & \vec{Q} & \vec{P} \\ 24 & -9 & 4 \\ 6 & 0 & 0 \\ 24 & -9 & 4 \end{vmatrix} =$$

$$\vec{E} = 54\vec{P} + 24\vec{Q}$$

١٧ د

الحل

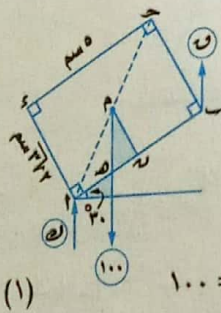
∴ طول العمود المرسوم من ب على خط عمل ق = طول العمود المرسوم من ح على خط عمل ق

∴ ب ح لا يوازي ق

∴ خط عمل ق ينصف ب ح

∴ ج ج = - ج ج ∴ ج ج + ج ج = صفر

١٨ ١



في  $\Delta م ن ه$ :

∴  $م ن = \frac{1}{3} م ه = 2$  سم

∴  $م ن = 2$  سم

∴  $م ن = 2$  سم

∴  $م ن = 2$  سم

∴ المجموعة متزنة : ∴  $100 = 100$

∴  $ج ج = 0$

$$0 = 20 \times 0 \times 0 + 20 \times 100 \times 100$$

$$20 = 0$$

ومن (١) : ∴  $70 = 0$  ∴  $0 = 0$

١٩ د

الحل

∴ المجموعة تكافئ ازدواج

فان :  $ق = 7 + 3 = 10$  نيوتن

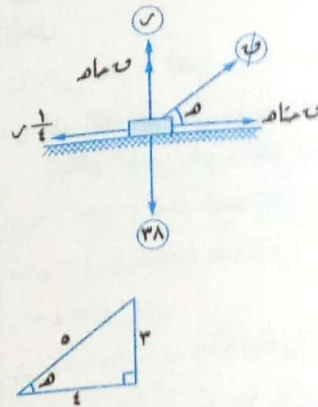
وفي حالة أن تكون نقطة تأثير القوة هي ح

فان ج ج =  $6 \times 7 - 14 \times 3 = 0$  صفر

∴ المجموعة تكون متزنة (تعارض)

∴ لا بد أن تكون نقطة تأثير القوة ق هي أي نقطة على

القضيب غير النقطة (ح)



(١)

(٢)

من معادلات الاتزان :

$$28 = 0 + 0 + 0$$

$$28 = 0 + 0 + 0$$

$$0 = 0 + 0 + 0$$

$$0 = 0 + 0 + 0$$

بالتعويض من (٢) في (١) :

$$28 = (0 + 0) \times 0 + 0$$

$$0 = 0 + 0 + 0$$

$$0 = 0 + 0 + 0$$

٢٥ ب

الحل

القوتان (٢٠٠ ، ٢٠٠) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى

ج ج =  $0.5 \times 200 = 100$  نيوتن.متر

القوتان (٤٠٠ ، ٤٠٠) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى

ج ج =  $2 \times 400 = 800$  نيوتن.متر

∴ ج ج =  $800 - 100 = 700$  نيوتن.متر

∴ معيار عزم الازدواج = ٦٥٠ نيوتن.متر

٢٦ ١

الحل

من هندسة الشكل :  $(6, 0, 0) = 0$

$$(0, 3, -4) = 0$$

$$(6, -4, 0) = 0$$

$$(6, -3, -4) = 0$$

$$\frac{\vec{A}}{\|\vec{A}\|} \times \vec{B} = \vec{C}$$

$$\frac{(6, -4, 0)}{\sqrt{(6)^2 + (-4)^2 + (0)^2}} \times \sqrt{13} \vec{B} =$$

$$(18, -12, 0) =$$

$$\frac{(6, -3, -4)}{\sqrt{(6)^2 + (-3)^2 + (-4)^2}} \times \sqrt{11} \vec{B} = \frac{\vec{A}}{\|\vec{A}\|} \times \vec{B} = \vec{C}$$

$$(6, -3, -4) =$$





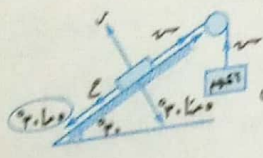






٢٠ ب

الحل



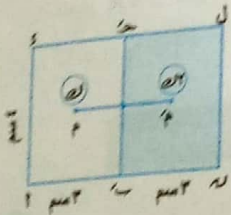
∴  $6 = 20 \text{ كجم}$   
 ∴  $0 < 20 \text{ ما}$

∴ الجسم على وشك الحركة لأعلى  
 ∴ اتجاه قوة الاحتكاك لأسفل

∴  $6 = 20 \text{ ما} + 20$   
 ∴  $6 = 20 \text{ كجم}$

٢١ ب

الحل



بفرض كتلة  $أ = 20 \text{ كجم}$

وتؤثر في نقطة تبعد عن  $أ$

مسافة  $1,5 \text{ سم}$

∴ كتلة  $ل = 20 \text{ كجم}$

وتؤثر في نقطة تبعد عن  $أ$  مسافة  $4,5 \text{ سم}$

∴ مركز الثقل يقسم  $م$  بنسبة  $1 : 2$

∴  $م = 3 \text{ سم}$

∴ مركز الثقل على بعد  $2 \text{ سم}$  من النقطة  $م$

∴ مركز الثقل على بعد  $2 + 1,5 = 3,5 \text{ سم}$  من  $أ$

٢٢ ١

الحل

عزم الازدواج  $\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$

$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$

$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$

$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$

$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$

$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$

$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$

$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$

$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$

$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$

$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$

$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$

$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$

$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$

$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$

$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$

$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$

ب = 40 سم ، ح = 50 سم

نستخلص من كتلة السلك بثلاث كتل بنسبة ٢٠ : ٤٠ : ٥٠

أي أن : ٢ : ٤ : ٥ عند منتصف  $أ ب$  ،  $ب ح$  ،  $ح د$

∴ الكتلة عند  $هـ = 150 \text{ جرام}$

الكتلة عند  $د = 200 \text{ جرام}$  ، الكتلة عند  $و = 250 \text{ جرام}$

أ	و	د	هـ
ل	٢٥٠	٢٠٠	١٥٠
ل	٢٠	٢٠	٠
س	٢٠	٠	١٥٠

وتكون إحداثيات مركز ثقل المجموعة هي :

$\frac{9000}{20 + 600} = \frac{20 \times 250 + 20 \times 200}{20 + 250 + 200 + 150} = \text{سم}$

$\frac{20 + 600}{20 + 600} = \frac{20 \times 20 + 150 \times 250 + 150 \times 150}{20 + 250 + 200 + 150} = \text{سم}$

ومن هندسة الشكل :

$ب = 40 \text{ سم} = \frac{40 \times 20}{50} = 16 \text{ سم}$

$\frac{4}{3} = \frac{22}{24} = \frac{22}{24} = \theta$

$\frac{4}{3} = \frac{20 + 600}{9000} \times \frac{20 + 600}{20 + 600}$

∴  $200 = 20 \text{ سم}$  ،  $90 + 18000 = 26000$

١٧ ١

الحل

$\text{سم} = \frac{90 \times 12 + 0 \times 6}{12 + 6} = \frac{1080}{18} = 60 \text{ سم}$

أي أن : مركز ثقل الجسمين يقع على بعد  $60 \text{ سم}$  من

الجسم  $ب$  كجم

١٨ ب

١٩ ج

الحل

$(0, 0) = \frac{(0, 4) + (5, 4) + (2, 2) + (1, 2)}{4 + 3 + 2 + 1}$

$(0, 0) = \frac{(0, 4) + (5, 4) + (2, 2) + (1, 2)}{4 + 3 + 2 + 1}$

$(0, 0) = \frac{(0, 4) + (5, 4) + (2, 2) + (1, 2)}{4 + 3 + 2 + 1}$

$(0, 0) = \frac{(0, 4) + (5, 4) + (2, 2) + (1, 2)}{4 + 3 + 2 + 1}$

$(0, 0) = \frac{(0, 4) + (5, 4) + (2, 2) + (1, 2)}{4 + 3 + 2 + 1}$

$(0, 0) = \frac{(0, 4) + (5, 4) + (2, 2) + (1, 2)}{4 + 3 + 2 + 1}$

$(0, 0) = \frac{(0, 4) + (5, 4) + (2, 2) + (1, 2)}{4 + 3 + 2 + 1}$

$(0, 0) = \frac{(0, 4) + (5, 4) + (2, 2) + (1, 2)}{4 + 3 + 2 + 1}$

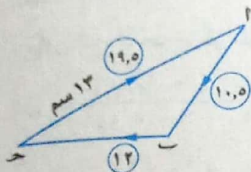


بعد انتقال القوة (٢) ، (٣)  
فإن المحصلة تؤثر في النقطة حـ  
٢٤ = ٢ × ١٠ سم  
٤ = ٢ × ٥ سم  
٢٤ = ٢ × ١٠ سم  
٤ = ٢ × ٥ سم  
٢٤ = ٢ × ١٠ سم  
٤ = ٢ × ٥ سم

٢٤ = ٢ × ١٠ سم  
٤ = ٢ × ٥ سم  
٢٤ = ٢ × ١٠ سم  
٤ = ٢ × ٥ سم  
٢٤ = ٢ × ١٠ سم  
٤ = ٢ × ٥ سم

١ ٥

الحل

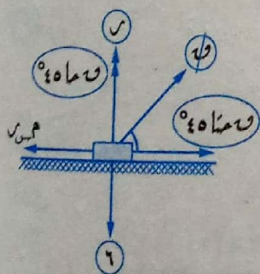


أضلاع المثلث تمثل القوى  
تمثيلاً تاماً  
 $\frac{3}{7} = \frac{19.5}{13} = \frac{12}{13} = \frac{10.5}{13}$   
٢٤ = ٢ × ١٠ سم  
٤ = ٢ × ٥ سم  
٢٤ = ٢ × ١٠ سم  
٤ = ٢ × ٥ سم  
٢٤ = ٢ × ١٠ سم  
٤ = ٢ × ٥ سم

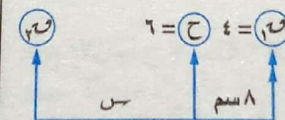
٢٤ = ٢ × ١٠ سم  
٤ = ٢ × ٥ سم  
٢٤ = ٢ × ١٠ سم  
٤ = ٢ × ٥ سم  
٢٤ = ٢ × ١٠ سم  
٤ = ٢ × ٥ سم

١ ٦

الحل



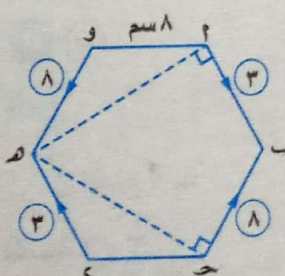
٢٤ = ٢ × ١٠ سم  
٤ = ٢ × ٥ سم  
٢٤ = ٢ × ١٠ سم  
٤ = ٢ × ٥ سم  
٢٤ = ٢ × ١٠ سم  
٤ = ٢ × ٥ سم



٢٤ = ٢ × ١٠ سم  
٤ = ٢ × ٥ سم  
٢٤ = ٢ × ١٠ سم  
٤ = ٢ × ٥ سم  
٢٤ = ٢ × ١٠ سم  
٤ = ٢ × ٥ سم

١ ٤

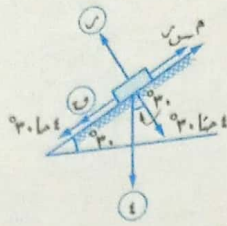
الحل



٢٤ = ٢ × ١٠ سم  
٤ = ٢ × ٥ سم  
٢٤ = ٢ × ١٠ سم  
٤ = ٢ × ٥ سم  
٢٤ = ٢ × ١٠ سم  
٤ = ٢ × ٥ سم

١٢

الحل



معادلات الاتزان :

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow 40 \cos 30^\circ - 2 = 0 \Rightarrow 2 = 20\sqrt{3} \text{ ث.كجم.}$$

مركبة الوزن في اتجاه خط أكبر ميل

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow 30 - 20\sqrt{3} = 0 \Rightarrow 2 = 3 \text{ ث.كجم.}$$

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow 30 - 20\sqrt{3} = 0 \Rightarrow 2 = 3 \text{ ث.كجم.}$$

∴  $\Sigma F < 0$  مركبة الوزن في اتجاه أكبر ميل.

∴ الجسم يكون مستقرًا على المستوى.

∴ القوة التي تجعله على وشك الحركة لأسفل

$$1 = 2 - 3 = 0 \text{ ث.كجم.}$$

١٣

الحل

القوتان (٥ ، ٥) تكونان ازدواجًا

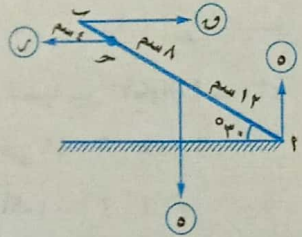
$$\text{قياسه الجبرى} = 5 \times 12 \times 5 = 30 \text{ ث.كجم.}$$

$$30 = 30 \text{ ث.كجم. سم}$$

∴ (٥ ، ٥) تكونان ازدواجًا قياسه الجبرى = ٥

$$\Sigma F = 0$$

$$5 - 5 = 0 \Rightarrow 5 = 5 \text{ ث.كجم.}$$



∴ القضيبي متزن

$$0 = 5 + 5$$

$$0 = 5 - 30 \Rightarrow 5 = 25 \text{ ث.كجم.}$$

$$5 = 15 = 30 \text{ ث.كجم.}$$

١٤

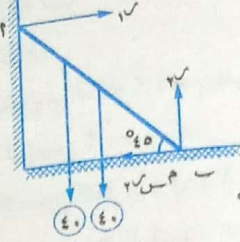
الحل

أقل قوة تكون عندما  $\theta = 90^\circ$

$$400 = 20 \times 20 \Rightarrow 400 = 400 \text{ ث.كجم.}$$

∴ ٢٠ نيوتن وهى أقل قوة تحقق دوران المسمار.

الحل



معادلات الاتزان :

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow 40 - 40 = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow 40 - 40 = 0$$

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow 40 - 40 = 0$$

$$0 = 40$$

$$40 = 40$$

$$0 = 40$$

$$40 \times 40 = 0$$

١٥

الحل

$$(40, 20, 10) \times (2, 3, -3) = 0$$

$$\begin{vmatrix} 40 & 20 & 10 \\ 2 & 3 & -3 \\ -3 & 20 & 10 \end{vmatrix} = 0$$

$$120 + 100 + 70 = 0$$

∴ مركبة عزم القوة حول محور الصادات = ١٥٠ وحدة عزم.

١٦

الحل

$$40 \times 40 + 20 \times 20 = 10 \text{ ث.كجم. متر.}$$

١٧

الحل

∴ مجموع عزوم القوى

حول النقطة ب

= عزم المحصلة حول النقطة ب

$$52 \times 90 = 36 \times 10 \Rightarrow 52 = 36 \text{ ث.كجم.}$$

$$130 = 130 \text{ ث.كجم.}$$

١٨

الحل

$$320 = 3 \times 40 + 5 \times 40 \Rightarrow 320 = 320 \text{ ث.كجم.}$$

∴ معيار عزم القوة حول ب = ٣٢٠ نيوتن سم.



١٥ ب

الحل

باختيار  $\vec{a}$  هو الأفقي،  $\vec{b}$  هو الرأسى

الكتلة	٢٠	٤٠	٣٠
س	٠	٠	١٥
ص	٠	١٢	٠

$$س = \frac{١٥ \times ٣٠ + ٠ \times ٤٠ + ٠ \times ٢٠}{٣٠ + ٤٠ + ٢٠} = ٥$$

$$ص = \frac{٠ \times ٣٠ + ١٢ \times ٤٠ + ٠ \times ٢٠}{٣٠ + ٤٠ + ٢٠} = \frac{١٦}{٣}$$

∴ مركز الثقل =  $(٥, \frac{١٦}{٣})$

١٦ ١

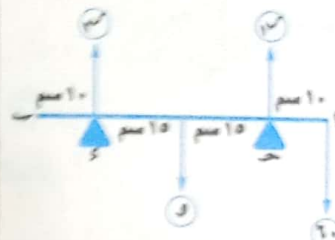
الحل

نفرض أن وزن القضيب (ق)

∴ القضيب على وشك

الدوران حول النقطة ح

$$٠ = \sum \tau$$



$$∴ ٤٠ = \sum \tau$$

$$١٥ \times ٩ = ١٠ \times ٦٠ ∴ ٠ = \sum \tau$$

١٧ ١

الحل

١) نأخذ  $\vec{a}$  ،  $\vec{b}$  اتجاهين متعامدين

$$س = ٤٠ - (١٦ + ٦ + ٨) = ١٠$$

$$١٠ = س$$

النسبة بين الأطوال  $\vec{a}$  :  $\vec{b}$  :  $\vec{c}$  : ح

$$١٠ : ٨ : ٦ : ١٠$$

$$أى : ٤ : ٣ : ٨ : ٥$$

الكتلة	٨	٣	٤	٥
س	٨	٠	٤	١٢
ص	٠	٢	٦	٣

$$س = \frac{١٢ \times ٥ + ٤ \times ٤ + ٨ \times ٨}{٢٠} = ٧$$

$$ص = \frac{٣ \times ٥ + ٦ \times ٤ + ٢ \times ٢}{٢٠} = ٢,٤$$

$$∴ \text{بعد مركز الثقل عن نقطة } ق = \sqrt{(٧)^2 + (٢,٤)^2} = ٧,٤$$

$$= ٧,٤ \text{ سم}$$

١٨ ب

الحل

بتوزيع الكتلة ٣ كجم على

الرؤوس أ ، ب ، ج

لتصبح كتلة عند أ = ٣ كجم

، عند ب = ٣ كجم

، عند ج = ١٢ كجم

، باختيار اتجاهين متعامدين  $\vec{a}$  ،  $\vec{b}$  ،  $\vec{c}$  ،

، بفرض أن طول ضلع المثلث = ١

$$∴ ح = \frac{٣}{٤} ، ∴ س = \frac{٣}{٤} ، ∴ ص = \frac{٣}{٤}$$

$$، ∴ ح = \frac{٣}{٤} ، ∴ س = \frac{٣}{٤} ، ∴ ص = \frac{٣}{٤}$$

ح	ب	أ	ك
١٢	٢	٢	ك
$\frac{٣}{٤}$	١	٠	س
$\frac{٣}{٤}$	٠	٠	ص

$$س = \frac{\frac{٣}{٤} \times ١٢ + ١ \times ٢}{١٢ + ٢ + ٢} = \frac{٣}{٤}$$

$$، ص = \frac{\frac{٣}{٤} \times ١٢}{١٢ + ٢ + ٢} = \frac{٣}{٤}$$

∴ مركز ثقل المجموعة =  $(\frac{٣}{٤}, \frac{٣}{٤})$

بالنسبة للنقطة د، وهو نفس إحداثيات النقطة هـ (منتصف  $\vec{a}$ )

حل آخر :

الكتلتان ٣ كجم ، ٣ كجم المؤثرتان في أ ، ب ، نستخلص منهما

بكتلة ٦ كجم وتؤثر في النقطة د منتصف  $\vec{a}$

∴ مركز ثقل المجموعة يقع على  $\vec{a}$  ، وليكن هـ

$$\text{حيث } ٦ \times هـ = ١٢ \times ح$$

$$∴ ح = هـ = \frac{١}{٢}$$

∴ هـ منتصف  $\vec{a}$

١٩ ب

الحل

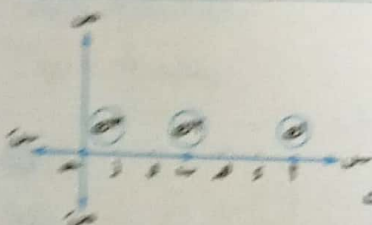
بفرض أن  $\vec{a}$  ،  $\vec{b}$  ،  $\vec{c}$  ،

وضع على محور السينات

بحيث ح هي نقطة الأصل

$$∴ س = \frac{١ \times ٢ + ٢ \times ٢ + ٣ \times ٢}{٦} = ٢$$

أى عند (د)



٢٢ ١

الحل

القوتان (٩ ، ٩) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (٩) حيث  
 $٩ \times ٩ = ٨١ = ٩ \times ٩$  نيوتن سم

المجموعة تكافئ ازدواج معيار عزمه  $٢٠ = ٢٠$  نيوتن سم

المجموعة تكافئ ازدواج قياسه الجبرى  $٢٠ \pm$  نيوتن سم

القوتان (٩ ، ٩) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (٩) حيث  
 $٩ \times ٩ = ٨١ = ٩ \times ٩$  نيوتن سم

القوتان (٩ ، ٩) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (٩) حيث  
 $٩ \times ٩ = ٨١ = ٩ \times ٩$  نيوتن سم

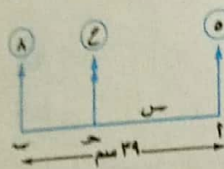
القوتان (٩ ، ٩) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (٩) حيث  
 $٩ \times ٩ = ٨١ = ٩ \times ٩$  نيوتن سم

القوتان (٩ ، ٩) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (٩) حيث  
 $٩ \times ٩ = ٨١ = ٩ \times ٩$  نيوتن سم

٢٤ ١

الحل

أولاً:  $١٣ = ٨ + ٥ = ٨$  نيوتن



$$٨ \times ٥ =$$

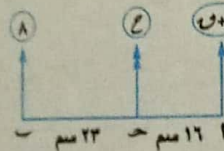
$$٨ \times ٨ =$$

$$٨ = ٨ (٣٩ - ٨)$$

$$٨ = ٨ - ٣١٢$$

$$١٣ = ٨ - ٣١٢$$

$$٢٤ = ٨ - ٣١٢$$



ثانياً:  $١٦ = ٨ + ٨ = ٨$  نيوتن

$$٨ - ٢٤ = ٨$$

$$١٦ =$$

$$٢٣ = ١٦ + ٨$$

$$٢٣ \times ٨ = (١٦) (٨ + ٨)$$

$$١٨٤ = ١٦ + ٨٠$$

$$٦٠ = ١٨٤ - ٨٠$$

٢٥ ١

الحل

القوى متزنة

ج = صفر

$$\frac{٣٢}{٢} \times ٤ = ٣٢ \times ٤ \times ٢٠$$

$$٦٠ = ٣٢ \times ٢٠$$

٢٣ ١

الحل

القوى متزنة

$$٥٠ \times ٢ = ٥٠ \times ٢$$

$$٢ = ٢$$

$$١٠ = ٢ = ٢$$

٢٤ ١

الحل

من هندسة الشكل:

$$(٥, ١٠, ٥) = ٥, (١٠, ٠, ٠) = ٥$$

$$(٥, ١٠, ٥) = ٥ - ٥ = ٥$$

$$\frac{(٥, ١٠, ٥) \times ٢٥}{٢٥ + ١٠ + ٢٥} = \frac{٥}{٥} \times ٢٥ = ٥$$

$$(٢٥, ٥٠, ٢٥) = (٥, ١٠, ٥) ٥ =$$

$$(٢٥, ٥٠, ٢٥) \times (١٠, ٠, ٠) = ٢٥ \times ١٠ = ٢٥٠$$

$$\begin{vmatrix} ٢٥ & ٥٠ & ٢٥ \\ ١٠ & ٠ & ٠ \\ ٢٥ & ٥٠ & ٢٥ \end{vmatrix} =$$

$$٢٥٠ + ٢٥٠ =$$

مركبة عزم القوة  $٢٥٠$  بالنسبة للمحور ص =  $٢٥٠$

٢٤ ١

الحل

الجسم على وشك الحركة

$$\frac{٣٢}{٢} = ١٠ + ٢$$

$$١٠ - \frac{٣٢}{٢} = ٢$$

$$\frac{١}{٢} = ٢$$

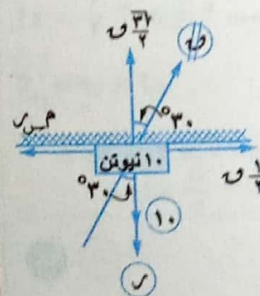
$$\frac{٣٢}{٢} = ٢ \times \frac{١}{٢}$$

$$٢٣ = ٢ \times ٢$$

$$(٢) \text{ في } (١) : \frac{٣٢}{٢} (١٠ - \frac{٣٢}{٢}) = ٢$$

$$\frac{٣٢}{٢} ١٠ = ٢ \times \frac{١}{٢}$$

$$٢٣ = ٢ \times ٢$$





١ الحل

$$\frac{2}{3} = \frac{7}{8} = \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$



٢ الحل

$$\vec{E} \cdot 17 = (0, 2) \times (1, 2) = \vec{E} \times \vec{F} = 2$$

٢ الحل

$$E = 100 \times 70 = 7000 \text{ نيوتن. سم}$$

$$35 = 35 \text{ نيوتن. متر}$$

٤ الحل

نفرض أن المسافة بين القوتين = س

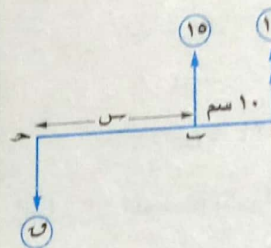
مجموع عزوم القوى حول ح

= عزم المحصلة حول ح

$$12 \times (س + 10) = 15 \times س$$

$$12 \times س + 120 = 15 \times س$$

$$30 = 3 \times س \Rightarrow س = 10 \text{ سم}$$



٥ الحل

• بالنسبة للنقطة ح :

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = (1, 2) - (2, 0) = (-1, 2)$$

$$\vec{E} \cdot 11 = \vec{E} \cdot (2 \times 1 + 4 \times 2) = 11$$

• بالنسبة للنقطة و :

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = (1, 2) - (2, 0) = (-1, 2)$$

$$\vec{E} \cdot 11 = \vec{E} \cdot (2 \times 1 - 4 \times 2) = -11$$

$$\vec{E} = -\vec{E} \Rightarrow \text{خط عمل و ينصف ح و}$$

٦ الحل

$$\frac{3}{4} = \frac{10}{3} = \frac{10}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{10}{4} = 2.5$$

٧ الحل

$$(1, 2, 3) - (1, 2, 1) = (0, 0, 2)$$

$$(1, 2, 4) = (1, 2, 4)$$

• عزم القوة و بالنسبة للنقطة (ب)

$$\vec{E} \cdot 22 + \vec{V} \cdot 45 - \vec{S} \cdot 28 = \begin{vmatrix} \vec{E} & \vec{V} & \vec{S} \\ 1 & 2 & 4 \\ 12 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 1 \times 2 \times 4 - 12 \times 4 \times 3 = -108$$

٨ الحل

من معادلات الاتزان :

$$60 = م + س$$

(١)

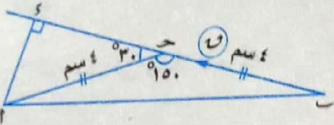
$$4 \times م = 2 \times س$$

(٢)

من (١)، (٢) :  $\therefore م = 40$  نيوتن ،  $س = 20$  نيوتن.

$\therefore$  ضم  $40 = 40$  نيوتن.

٩ الحل

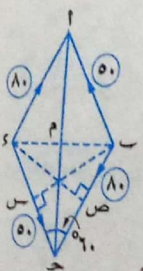


$$2 = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

$$2 \times س = 2$$

$$30 = 2 \times 15 = 30 \text{ نيوتن. سم}$$

١٠ الحل



$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = (1, 2) - (2, 0) = (-1, 2)$$

• القوتين (٥٠، ٥٠) تكونان ازدواجاً

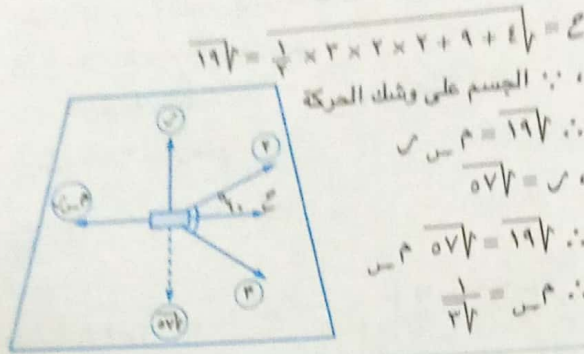
قياسه الجبرى (ع)

$$300 = 30 \times 10 = 300 \text{ ث. جم. سم}$$

• القوتين (٨٠، ٨٠) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (ع)

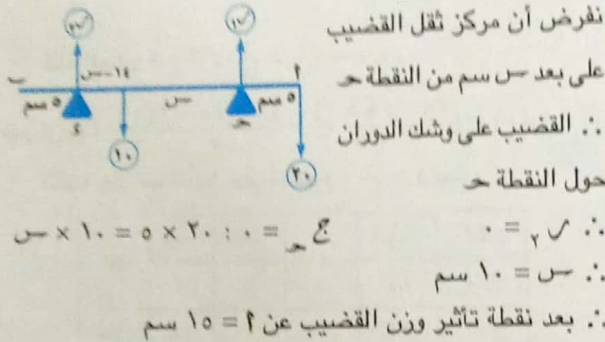
١٢ ب

الحل



١٤ د

الحل



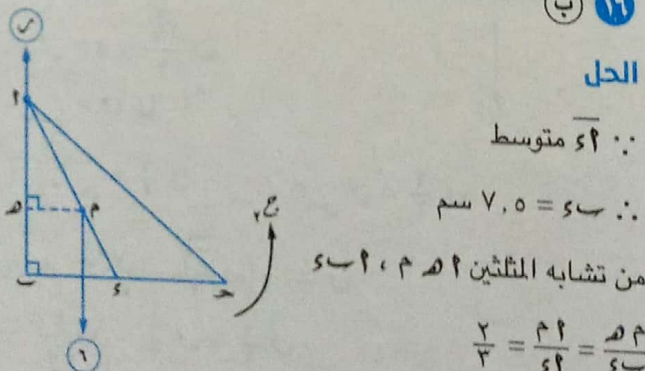
١٥ د

الحل

- نفرض أن طول القضيب =  $s$
- (١) من معادلات الاتزان :  $s = 10$
- (٢)  $s = 10$
- من (١)، (٢) :  $\therefore s = 10$  و  $s = 10$
- ∴  $\frac{1}{4} \times 10 = 10$  و  $\frac{1}{4} \times 10 = 10$
- ∴  $\frac{1}{4} \times 10 = 10$  و  $\frac{1}{4} \times 10 = 10$

١٦ ب

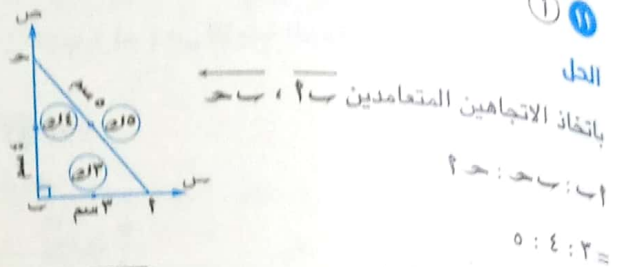
الحل



$\therefore 3 \times 6 \times 80 = 3 \times 6 \times 80$   
 $\therefore 3 \times 6 \times 80 = 3 \times 6 \times 80$   
 معيار الزدواج  $3 \times 6 \times 80$

١١ ا

الحل



نفرض أن كتلة القضيب  $4 = 3$  ، كتلة القضيب  $4 = 3$   
 كتلة القضيب  $4 = 3$  و كل في منتصفات القضبان

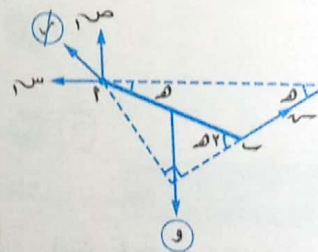
الكتلة	٢	٤	٥
س	١,٥	٠	١,٥
ص	٠	٢	٢

$\therefore 1 = \frac{1,5 \times 4 + 1,5 \times 2}{4 + 4 + 2}$

$\therefore 1,5 = \frac{2 \times 4 + 2 \times 2}{4 + 4 + 2}$

١٢ ا

الحل



- (١)  $s = 10$
- (٢)  $s = 10$

$\therefore 10 = 10$

$\therefore 2 \times 10 = 10$  و  $\frac{1}{4} = 10$

$\therefore 10 = 10$  و  $\frac{1}{4} = 10$

وبالتعويض في (١) :  $\therefore s = 10$  و  $\frac{1}{4} = 10$

وبالتعويض في (٢) :  $\therefore s = 10$  و  $\frac{1}{4} = 10$  و  $\frac{3}{4} = 10$

$\therefore (10 + 10) = 10$

$\therefore 10 = 10$



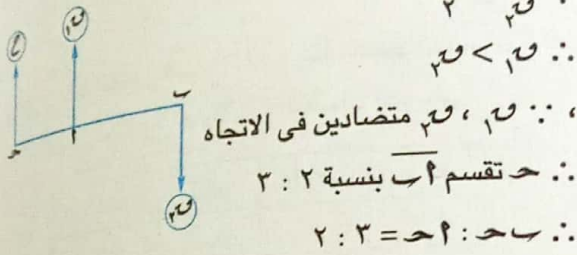
$\therefore \frac{1}{\sqrt{2}} = u$  و  $\frac{1}{\sqrt{2}} = u$   
 $\therefore u = \frac{1}{\sqrt{2}}$   
 ومنها  $r = u - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$   
 $\therefore r = 0$   
 $\therefore \frac{1}{\sqrt{2}} + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}$   
 $\therefore u = r$   
 . الإجابة (ج) هي الإجابة الخطأ

١٩ ج

الحل

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{u}$$

$$\therefore u = \frac{3}{2}$$



٢٠ ب

الحل

$$100 = \frac{1}{2} \times 20 + \frac{1}{2} \times 10 - 2 \times 3 + 10 - \frac{1}{2} \times 20$$

$$\therefore 100 = 10 - 6 + 10 - 10$$

$$\therefore 100 = 10 - 6 + 10 - 10$$

٢١ ب

٢٢ د

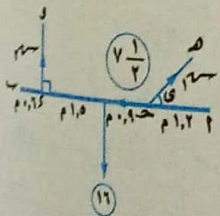
الحل

$$\frac{1}{\sqrt{2}} : 1 : 1 = \frac{1}{\sqrt{2}} : 6 : 6 = 6 : 6 : 6$$

$$\therefore \text{النسبة بين القوى تساوي } 1 : 1 : 1$$

٢٣ د

الحل



القضيب متزن

$$\therefore r = 0$$

$$\therefore r = 0$$

$$\therefore r = 0$$

$$\therefore r = 0$$

$$\therefore r = 0$$

١٧ ١

الحل

مساحة  $\Delta$  م ل

مساحة المربع أ ب ح د

$$48 \times 48 : 24 \times 24 \times \frac{1}{4} =$$

$$8 : 1 =$$

$$\therefore \text{كتلة المثلث م ل} = 40 \times \frac{1}{8} = 5 \text{ جم}$$

$$\text{ومركز ثقله} = \left( \frac{48 + 48 + 24}{3}, \frac{48 + 48 + 24}{3} \right) = (40, 40)$$

$$\therefore \text{الكتلة عند ب} = 10 \text{ جم، عند د} = 5 \text{ جم}$$

ل	ب	ح	د	المربع	المثلث
10	5	5	5	40	5
48	0	0	0	24	40
0	0	0	0	24	40

$$\frac{248}{11} = \frac{40 \times 5 - 24 \times 40 + 48 \times 10}{5 - 40 + 5 + 5 + 10} = \frac{248}{11}$$

$$\therefore \frac{200}{11} = \frac{40 \times 5 - 24 \times 40 + 48 \times 5}{5 - 40 + 5 + 5 + 10} = \frac{200}{11}$$

$$\therefore \text{طاه} = \frac{20}{31}$$

١٨ ج

الحل

الجسم على وشك الحركة

معادلات الاتزان هي

$$r + u \cos 60 = 0$$

$$\therefore r = u - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore r = u - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore r = u - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

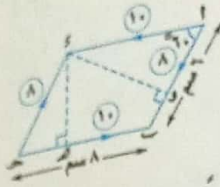
$$\therefore r = u - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore r = u - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

٦٠

٢ ١

الحل



$$\therefore 6 \times 6 = 4.8 \times 10$$

$$36 = 4.8 \times 10$$

$$\therefore 36 = 4.8 \times 10 \Rightarrow 36 = 48$$

القوتين (10، 8) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (ع)  
 $\therefore 10 \times 8 = 36 \times 4.8$

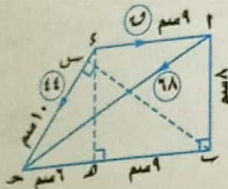
القوتين (8، 6) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (ع)  
 $\therefore 8 \times 6 = 36 \times 4.8$

$$48 = 36 \times 4.8$$

$$\therefore 48 = 36 \times 4.8$$

٤ ب

الحل



$$\therefore 6 = 4.8$$

$$\therefore 6 = 4.8$$

$$\therefore 6 = 4.8$$

$$\therefore 6 = 4.8$$

$$\therefore 6 = 4.8$$

$$\therefore 6 = 4.8$$

٥ د

٦ د

الحل

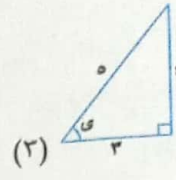
$$\therefore 200 - 2 \times 200 = \frac{1}{4} \times 200$$

$$\therefore 200 - 400 = 50$$

٧ د

الحل

$$\therefore 20 + 20 = 40 \text{ نيوتن}$$



$$\therefore 16 \times 0.9 = 2.4 \times \text{صفر}$$

$$\therefore 16 \times 0.9 = 2.4 \times \text{صفر}$$

$$\therefore 16 \times 0.9 = 2.4 \times \text{صفر}$$

$$\therefore 16 \times 0.9 = 2.4 \times \text{صفر}$$

$$\therefore 16 \times 0.9 = 2.4 \times \text{صفر}$$

٧٤ د

الحل

مركز ثقل المجموعة قبل تحرك الكتلة ٤ كجم يقسم بـ ٢  
 بنسبة ١ : ٢

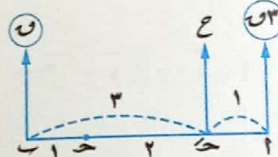
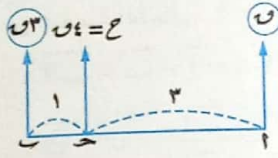
$$\therefore \frac{1}{3} = \frac{\text{ص}}{\text{ع} + \text{ص}}$$

بعد تحرك الكتلة ٤ كجم مسافة ٥ سم فى اتجاه ب فإن  
 الكتلة ٢ كجم يجب أن تتحرك مسافة ٤ سم فى اتجاه ب  
 حتى لا يتغير مركز ثقل المجموعة ويكون  $\frac{1}{3} = \frac{\text{ص} + ٥}{\text{ع} + \text{ص}}$

$$\therefore 10 = \text{ع} + ٥$$

٧٥ ب

الحل



من الرسم نجد أن المحصلة تتحرك  
 من ح إلى ح مسافة  
 $\frac{1}{4} \text{ ب وحدة طول}$

## النموذج السابع عشر

١ ج

الحل

$$\therefore \vec{a} \times \vec{b} = (1, 3) \times (3, 1)$$

$$\therefore \vec{a} \times \vec{b} = (3 \times 1 - 1 \times 3) = 0$$

٢ ج

الحل

$$\therefore 30 = 20 + 10$$

$$\therefore 14 \text{ نيوتن}$$



$$\frac{\theta \text{ م.أ.} - ٤٠}{\theta \text{ م.أ.}} = \text{م.س.} \therefore$$

(٢) من (١)، ينتج أن:  $\frac{\theta \text{ م.أ.} - ٤٠}{\theta \text{ م.أ.}} = \frac{١٠ - \theta \text{ م.أ.}}{\theta \text{ م.أ.}}$

$$\frac{1}{\theta} = \theta \text{ م.أ.} \therefore ٥٠ = \theta \text{ م.أ.} \therefore$$

$$\frac{٢\sqrt{}}{٥} = \frac{١٠ - ٢٠ \text{ م.أ.}}{٢٠ \text{ م.أ.}} = \text{م.س.} \therefore \theta = ٢٠^\circ$$

١١

الحل

$$\therefore \vec{r}_1 \times \vec{r}_2 = \vec{r}_3 \times \vec{r}_4 = \vec{r}_5 \times \vec{r}_6$$

$$\vec{r}_1 \times \vec{r}_2 = \vec{r}_3 \times \vec{r}_4 = \vec{r}_5 \times \vec{r}_6$$

$$\vec{r}_1 \times \vec{r}_2 = \vec{r}_3 \times \vec{r}_4 = \vec{r}_5 \times \vec{r}_6$$

$$\vec{r}_1 \times \vec{r}_2 = \vec{r}_3 \times \vec{r}_4 = \vec{r}_5 \times \vec{r}_6$$

١٢

الحل

$$\text{ج} = ٤٠ \times ٥٠ = ٢٠٠٠ \text{ نيوتن سم} = ٢٠ \text{ نيوتن متر}$$

١٣

الحل

من هندسة الشكل:  $\vec{r}_1 = (٢, ٢, ٠)$ ،  $\vec{r}_2 = (٠, ٢, ١)$

$$\vec{r}_1 \times \vec{r}_2 = \vec{r}_3 \times \vec{r}_4 = \vec{r}_5 \times \vec{r}_6$$

$$\vec{r}_1 \times \vec{r}_2 = \vec{r}_3 \times \vec{r}_4 = \vec{r}_5 \times \vec{r}_6$$

$$\vec{r}_1 \times \vec{r}_2 = \vec{r}_3 \times \vec{r}_4 = \vec{r}_5 \times \vec{r}_6$$

$$\vec{r}_1 \times \vec{r}_2 = \vec{r}_3 \times \vec{r}_4 = \vec{r}_5 \times \vec{r}_6$$

١٤

الحل

الكتلة	٤	٥	٣
س	٠	١٢	٦
ص	٠	٠	٢٢

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{٦ \times ٣ + ١٢ \times ٥ + ٠ \times ٤}{٣ + ٥ + ٤} = \text{م.س.}$$

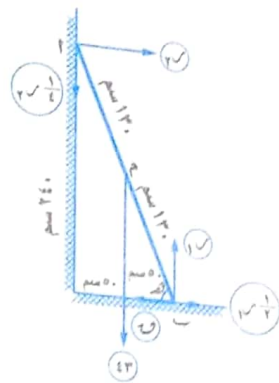
$$\frac{٢\sqrt{}}{\gamma} = \frac{٢\sqrt{٦} \times ٣ + ٠ \times ٥ + ٠ \times ٤}{٣ + ٥ + ٤} = \text{ص.م.}$$

$$\therefore \text{مركز الثقل} = \left( \frac{٢\sqrt{٦}}{\gamma}, \frac{٦}{\gamma} \right)$$



٨

الحل



معادلات الاتزان:

(١)  $٤٣ + \frac{1}{4} = ١٣$

(٢)  $٢١٥ = ٢١٥ \times \frac{1}{4} + ٥٠ \times ٤٣$

ومن معادلة (١):  $١٠ = ٢١٥ - ٤٣ \times ١٠ = ٤٥,٥$  نيوتن.

ومن معادلة (٢):  $٣٢,٧٥ = ٤٥,٥ \times \frac{1}{4} + ١٠ = ٢٢,٧٥$  نيوتن.

٩

الحل

$$\vec{r}_1 \times \vec{r}_2 = \vec{r}_3 \times \vec{r}_4 = \vec{r}_5 \times \vec{r}_6$$

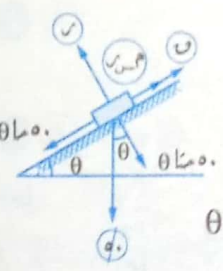
$$\vec{r}_1 \times \vec{r}_2 = \vec{r}_3 \times \vec{r}_4 = \vec{r}_5 \times \vec{r}_6$$

$$\vec{r}_1 \times \vec{r}_2 = \vec{r}_3 \times \vec{r}_4 = \vec{r}_5 \times \vec{r}_6$$

$$\vec{r}_1 \times \vec{r}_2 = \vec{r}_3 \times \vec{r}_4 = \vec{r}_5 \times \vec{r}_6$$

١٠

الحل



• عندما يكون الجسم على وشك الحركة لأسفل:

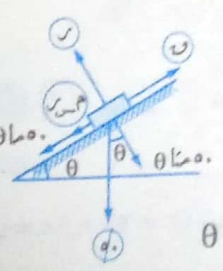
$$\theta \text{ م.أ.} = \theta \text{ م.أ.} \times \text{م.س.} + ١٠$$

$$\theta \text{ م.أ.} = \theta \text{ م.أ.} \times \text{م.س.} + ١٠$$

$$\theta \text{ م.أ.} = \theta \text{ م.أ.} \times \text{م.س.} + ١٠$$

$$\theta \text{ م.أ.} = \theta \text{ م.أ.} \times \text{م.س.} + ١٠$$

(١)



• عندما يكون الجسم على وشك الحركة لأعلى:

$$\theta \text{ م.أ.} + \text{م.س.} = \theta \text{ م.أ.}$$

$$\theta \text{ م.أ.} + \text{م.س.} = \theta \text{ م.أ.}$$

$$\theta \text{ م.أ.} + \text{م.س.} = \theta \text{ م.أ.}$$

$$\theta \text{ م.أ.} + \text{م.س.} = \theta \text{ م.أ.}$$

$$\text{mass } 16 = 22 \times \frac{4}{7} = 12.57 = 12.57 = 12.57$$
$$r_o = \frac{0.2 \times 22 + 0.1 + 0.22}{0.2 + 0 + 0} = 1.15$$

$$Y_0 = \frac{1 \times 2 + 2 + 1}{2 + 2 + 1} = 1$$

14

∴ الجسم الأول على وشك الحركة تحت تأثير وزنه فقط

١٠٠ : الجسم الثاني موضوع على نفس المستوى المائل أى له نفس ميل المستوى ( $\theta$ ) ومصنوع من نفس مادة الجسم الأول  
١٠١ : له نفس معامل الاحتكاك السكوني وبالتالي تكون له نفس زاوية الاحتكاك (ل)


$$1.. = \tau \uparrow \varepsilon \therefore 1.. = \tau(\overline{\tau} \uparrow \tau) + \tau \uparrow \therefore$$

عندما يكون الشد

عند ب علی

ويشك الاتحاد

∴ ج = صفر

$$\text{صفر} = 1. \times 2. + 2. \times 3.$$

∴  $200 = \text{ش. حجم}$

17

$$\sqrt{2} \cdot 2 = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{1.} = 1$$

١٠٠ : المصفيحة مترجمة تحت تأثير اردواجين

∴ (۲۰۰، ۴) تکون ازواجاً قیاسه

الجبري - ١٠٠٠ م

$$1 \dots - = 16 \text{ m} \times 2 \dots -$$

$$1 \dots - = 2 \sqrt{1 \times 2 \dots}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{1.414} = 0.707$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\frac{1}{2} \times 2 + \frac{1}{2} \times 2}{2 + 2} = 1$$

$$\text{جواب} \frac{1}{2} \text{ ل عامه} = \frac{\frac{1}{2} \text{ ل عامه} \times \text{ل}}{\text{ل} + \text{ل}} = \frac{\text{ل}}{2}$$

١٠٠٠٠ أفقيًا.

$$\frac{J\frac{1}{2} + J\frac{1}{2}}{J} = \frac{5}{1} = 5 \text{ ماه} \therefore$$

$$\text{مسألة } \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \text{مسألة } \therefore$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2}{x} \therefore$$

$\frac{1}{4} = \text{عنا م}$



٢ (١)

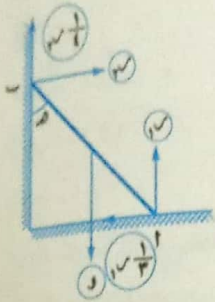
الحل

∴ ازدواجان متزانان  
 $\vec{E}_1 = \vec{E}_2 = \vec{E}_3$   
 $\vec{E}_1 = (\vec{E}_2 - \vec{E}_3) = \vec{E}_2 - \vec{E}_3$

٤ (ب)

الحل

نفرض أن طول القضيب ٢ ل ويميل على الرأسى بزاوية  $\theta$   
 من معادلات الاتزان :



(١)  $r_1 = r_2 \cdot \frac{1}{4}$

(٢)  $r_1 = r_2 \cdot \frac{1}{4} + r_3$

بالتعويض من (١) فى (٢) :

$\therefore r_1 = \left(r_2 \cdot \frac{1}{4}\right) + r_3$

$\therefore r_1 = r_2 \cdot \frac{12}{12}$

$\therefore r_1 = r_2$

(٢)

(٤)

وبالتعويض فى (١) :  $\therefore r_2 = r_1$  و

ج  $0 = r_2 \cdot 2 - r_1 \cdot 2 + r_3 \cdot 1$

$0 = r_2 \cdot 2 - r_1 \cdot 2 + r_3 \cdot 1$

(٥)

و  $0 = r_2 \cdot 2 - r_1 \cdot 2 + r_3 \cdot 1$

بالتعويض من (٣) ، (٤) فى (٥) :

$0 = r_2 \cdot 2 - r_1 \cdot 2 + r_3 \cdot 1$

$0 = r_2 \cdot 2 - r_1 \cdot 2 + r_3 \cdot 1$

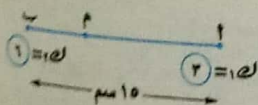
$\frac{11}{12} = r_1$

$\frac{11}{12}$

٥ (ب)

٦ (د)

الحل



$\therefore 10 = 2 \cdot 6$

$\therefore 10 = 2 \cdot 6$

$\frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{6}{12}$

$\therefore 10 = 2 \cdot 6$

$\therefore 10 = 2 \cdot 6$

٢١ (د)

الحل

$\frac{1}{2} = \frac{1}{4} = \frac{6}{12}$

$\therefore 10 = 2 \cdot 6$

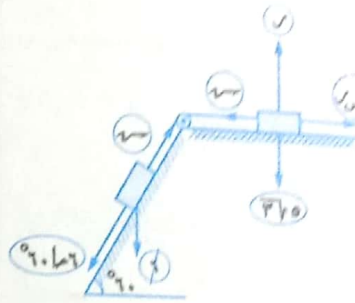
$\frac{1}{2} = \frac{1}{4} = \frac{6}{12}$

٢٢ (١)

٢٣ (ب)

٢٤ (د)

الحل



$\therefore 10 = 2 \cdot 6$

$\therefore 10 = 2 \cdot 6$

$\therefore 10 = 2 \cdot 6$

$\therefore 10 = 2 \cdot 6$

$\therefore 10 = 2 \cdot 6$

$\therefore 10 = 2 \cdot 6$

٢٥ (١)

الحل

∴ المجموعة تكافئ ازدواج

$\frac{1}{2} = \frac{1}{4} = \frac{6}{12}$

$\therefore 10 = 2 \cdot 6$

$\therefore 10 = 2 \cdot 6$

## النموذج الثامن عشر

١ (ب)

الحل

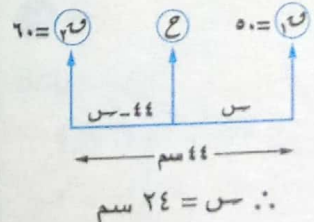
$\therefore 10 = 2 \cdot 6$

$\therefore 10 = 2 \cdot 6$

$\therefore 10 = 2 \cdot 6$

٢ (د)

الحل



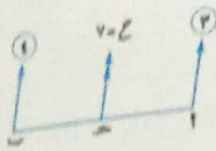
$\therefore 10 = 2 \cdot 6$

$\therefore 10 = 2 \cdot 6$

$\therefore 10 = 2 \cdot 6$

١١ ب

الحل



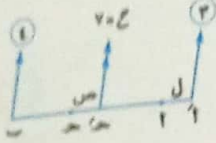
قبل تحريك القوة ٢

$$2 \times 4 = 4 \times 2 \quad (1)$$

بعد تحريك القوة ٢ مسافة ٢ في اتجاه ب

وبفرض أن المحصلة تتحرك مسافة ص

في نفس الاتجاه



$$2 \times 4 = 4 \times 2 \quad (1)$$

$$(2 + 2) \times 2 = (4 - 2 + 2) \times 3$$

$$2 \times 4 = 3 \times 3 - 2 \times 3 + 2 \times 3$$

$$2 \times 4 = 3 \times 3 - 2 \times 3 + 2 \times 3 \quad \therefore 2 \times 4 = 3 \times 3 - 2 \times 3 + 2 \times 3$$

١٢ ا

الحل

$$\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 = \vec{r}$$

$$\vec{r}_1 = (1, 0), \vec{r}_2 = (2, 3), \vec{r}_3 = (4, -1), \vec{r} = (10, 2)$$

المجموعة تكافئ ازدواجاً أو متزنة

$$\vec{r}_1 \times \vec{r}_2 + \vec{r}_2 \times \vec{r}_3 + \vec{r}_3 \times \vec{r}_1 = \vec{r} \times \vec{r}$$

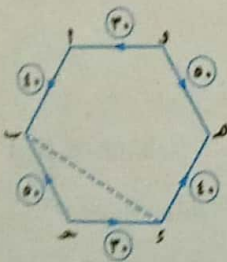
$$(1, 0) \times (2, 3) + (2, 3) \times (4, -1) + (4, -1) \times (1, 0) =$$

$$17\vec{k} = 10\vec{k} + 3\vec{k} + 8\vec{k} + 4\vec{k}$$

المجموعة تمثل ازدواجاً معيار عزمه = 17 وحدة عزم.

١٣ د

الحل



القوتين (40, 40)

تكونان ازدواجاً قياسه

الجبرى (ج)

$$3\sqrt{10} \times 40 = 10\sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{10} \times 40 = 10\sqrt{3}$$

القوتين (50, 50) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (ج)

$$3\sqrt{10} \times 50 = 3\sqrt{10} \times 50 = 10\sqrt{3}$$

القوتين (30, 30) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (ج)

$$3\sqrt{10} \times 30 = 3\sqrt{10} \times 30 = 10\sqrt{3}$$

$$3\sqrt{10} \times 30 = 3\sqrt{10} \times 30 = 10\sqrt{3}$$

٧ ا

الحل

بأخذ العزم حول نقطة الأصل

$$\begin{vmatrix} \vec{r} & \vec{F} \\ 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = \vec{r}$$

$$(2 + 2) \times 2 = (4 - 2 + 2) \times 3$$

$$2 \times 4 = 3 \times 3 - 2 \times 3 + 2 \times 3$$

٨ ا

الحل

بالنسبة النقطة ح:

$$(1, 2) = (3, 2) - (2, 0) = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = \vec{r}$$

$$\vec{r}_1 \times \vec{r}_2 = \vec{r} \times \vec{r}$$

$$11\vec{k} = (3 + 8)\vec{k}$$

بالنسبة النقطة هـ:

$$(3, 0) = (1, 0) - (2, 0) = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = \vec{r}$$

$$\vec{r}_1 \times \vec{r}_2 = \vec{r} \times \vec{r}$$

$$11\vec{k} = (9 - 20)\vec{k}$$

$$\vec{r}_1 \times \vec{r}_2 = \vec{r} \times \vec{r}$$

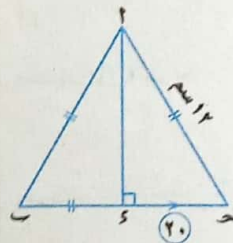
٩ ا

الحل

$$3\sqrt{6} = 6$$

$$3\sqrt{6} \times 20 = 10\sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{120} \text{ نيوتن.سم}$$



١٠ ب

الحل

المجموعة من القوى تكون ازدواج

أ، ب، ج، د، هـ، ح، ط، ز، حليست على استقامة واحدة

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = \vec{r}_3 = \vec{r}_4 = \vec{r}_5 = \vec{r}_6 = \vec{r}_7 = \vec{r}_8 = \vec{r}_9 = \vec{r}_{10}$$

$$120 = 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3}$$

$$120 = 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3}$$

$$12 = 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3}$$

$$24 = 12 \times 2 = 12 \times 2 = 24 \text{ نيوتن.سم}$$



١٤

الحل

ج ٨٠ = نيوتن متر  
 ج ٢٩٨,٣٨ = نيوتن  
 ج ٢٩٨,٣٨ × (٢٧/١٠٠ + ٤٠/١٠٠) = ١٤٩,٧٧ نيوتن م ≈ ١٥٠ نيوتن م

١٥

الحل

مركز ثقل المجموعة  
 هو المركز الهندسي للمثلث =  $(\frac{1+4+1}{3}, \frac{4+3+2}{3}) = (2, 2)$

١٦

الحل

ج و ح و ح  
 قوة الاحتكاك لأعلى المستوى  
 ج + ح = ٢٠٠ م  
 ج + ٧٥ = ٢٠٠ م  
 ج = ٢٥ ثجم

١٧

الحل

في الحالة الأولى:  
 القضيبي على وشك الدوران حول ح  
 م = ٠  
 ج = ٣٠ × ١٦٠ = ٤٨٠٠ م  
 في الحالة الثانية:  
 القضيبي على وشك الدوران حول و  
 م = ٠  
 ج = ٤٠ × ٥٠٠ = ٢٠٠٠٠ م  
 وبالتعويض من (١): ٧٢٠٠ = ٤٨٠٠ - و ٥٠  
 و = ٢٤٠ ثجم

١٨

الحل

ح =  $\sqrt{٢٥٠ + ٢٥٠} = ٢١٢$  سم  
 م =  $\sqrt{٢٥٠} = ١٥٨$  سم  
 الصفيحة متزنة تحت تأثير ازدواج قياسه الجبري ٧٥٠٠ ثجم سم  
 (٣٠٠ م) تكونان ازدواجًا قياسه الجبري - ٧٥٠٠ ثجم سم  
 م = ٣٠٠ ثجم  
 م = ٣٠٠ م  
 م = ١٣٥ م أو ٤٥ م

١٩

الحل

نختار الاتجاهين المتعامدين ح س ، ح ص وذلك باعتبار ح هي نقطة الأصل.  
 من هندسة الشكل:  
 ح =  $\sqrt{٢٤٠ - ٢٢٦} = ١٢$  سم  
 مساحة  $\Delta$  ح =  $\frac{٢٤ \times ٢٠}{٢} = ٢٤٠$  سم  
 ومركزه =  $(\frac{٢٤+٠+٠}{٣}, \frac{١٠+٠+٢٠}{٣}) = (٨, ١٠)$   
 ومساحة المثلث ح =  $\frac{١٢ \times ٢٠}{٢} = ١٢٠$  سم  
 ومركزه =  $(\frac{١٢+٠+٠}{٣}, \frac{١٠+٢٠+٠}{٣}) = (٤, ١٠)$

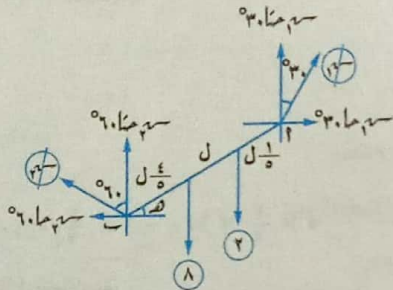
الكتلة	٢٤٠	١٢٠
س	١٠	١٠
ص	٨	٤

س =  $\frac{١٠ \times ١٢٠ - ١٠ \times ٢٤٠}{١٢٠ - ٢٤٠} = ١٠$   
 ص =  $\frac{٤ \times ١٢٠ - ٨ \times ٢٤٠}{١٢٠ - ٢٤٠} = ١٢$   
 م هي مركز ثقل الجزء الباقي  
 أي أن: البعد يساوي صفر.

## إجابات نماذج الامتحانات التدريبية

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \quad (\text{في اتجاهين متضادين}) \\ \|\vec{v}\| &= \|\vec{v}_1\| \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \end{aligned}$$

٢٥ ب الحل



معادلات الاتزان :

$$\begin{aligned} (1) \quad & \vec{v}_1 = \vec{v}_2 \\ & \vec{v}_1 = \vec{v}_2 \\ & \vec{v}_1 = \vec{v}_2 \\ (2) \quad & \vec{v}_1 = \vec{v}_2 \\ & \vec{v}_1 = \vec{v}_2 \\ & \vec{v}_1 = \vec{v}_2 \end{aligned}$$

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2$$

$$\begin{aligned} & \vec{v}_1 = \vec{v}_2 \\ & \vec{v}_1 = \vec{v}_2 \\ & \vec{v}_1 = \vec{v}_2 \\ & \vec{v}_1 = \vec{v}_2 \\ & \vec{v}_1 = \vec{v}_2 \end{aligned}$$

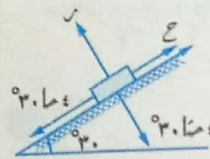
أي أن : القضيب يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠°

٢٠ ج

الحل

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \quad (\text{في اتجاهين متضادين}) \\ \|\vec{v}\| &= \|\vec{v}_1\| \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \end{aligned}$$

٢١ د

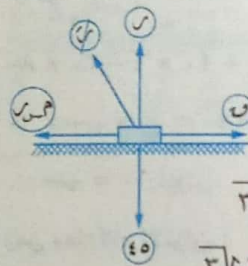


$$\begin{aligned} \vec{v} &= \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \quad (\text{في اتجاهين متضادين}) \\ \|\vec{v}\| &= \|\vec{v}_1\| \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \end{aligned}$$

٢٢ ب

٢٣ ج

الحل



$$\begin{aligned} \vec{v} &= \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \quad (\text{في اتجاهين متضادين}) \\ \|\vec{v}\| &= \|\vec{v}_1\| \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \end{aligned}$$

٢٤ ج

الحل

من هندسة الشكل نجد أن :

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \quad (\text{في اتجاهين متضادين}) \\ \|\vec{v}\| &= \|\vec{v}_1\| \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 \end{aligned}$$



## النموذج التاسع عشر

① ١

الحل

من معادلات الاتزان :

$$U \sin 30^\circ + 240 = 240 \text{ ث كجم}$$

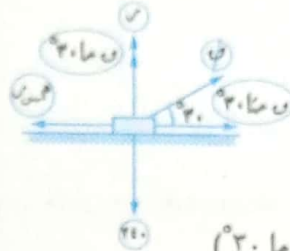
$$240 = U \sin 30^\circ$$

$$U \sin 30^\circ = 240$$

$$\therefore \frac{3}{4} U = 240 \Rightarrow U = 320$$

$$\frac{3}{4} U = 240 \Rightarrow U = 320$$

$$\therefore U = 70.86 \text{ ث كجم}$$



٢ ب

الحل

$$5 \times \frac{3}{5} \times 100 - 2 \times \frac{4}{5} \times 100 = 460 \text{ نيوتن متر}$$

$$= 460 \text{ نيوتن متر}$$

٢ ١

الحل

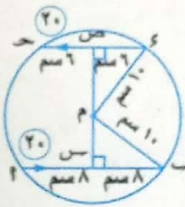
من هندسة الشكل :

$$M \sin 30^\circ = \sqrt{(8)^2 - (10)^2} = 6 \text{ سم}$$

$$M \cos 30^\circ = \sqrt{(6)^2 - (10)^2} = 8 \text{ سم}$$

$$\therefore \sin 30^\circ = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$$

$$\therefore \cos 30^\circ = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$



٤ د

الحل

$$\therefore \sin 30^\circ = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 8 = 8 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 2 = 2 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore \cos 30^\circ > \sin 30^\circ$$

$\therefore$  الاحتكاك ليس نهائياً.

١ ٥

الحل

$$(1-2+2) \times (3+2+1) = 0 = 0 = 0$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 11 - 11 = 0$$

$$\frac{1}{11}$$

$$\therefore \text{طول العمود من نقطة } = \frac{\sqrt{(7-1)^2 + (5-2)^2 + (11-2)^2}}{\sqrt{(1-2)^2 + (2-2)^2 + (2-2)^2}} = 3.73 \text{ وحدة طول}$$

٦ ب

٧ ب

الحل

$$\frac{4}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{2}{5}$$

$\therefore$  القضيب متزن

$$\therefore \sum \tau = 0$$

$$= 8 \times 20 - 30 \times 6 + 40 \times 6 = 0$$

$$480 = \frac{4}{5} \times 60 \times 60$$

$$\therefore 60 = 10 \text{ نيوتن}$$

ومن معادلات الاتزان :

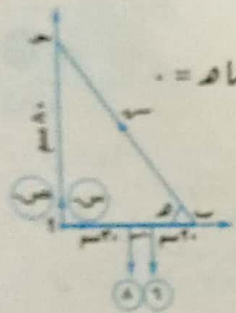
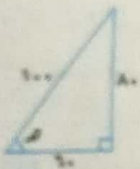
$$8 + 6 = 14$$

$$\therefore 14 = \frac{4}{5} \times 10 + 6$$

$$\therefore 6 = \frac{2}{5} \times 10 = 4$$

$$\therefore \text{مقدار رد فعل المفصل} = \sqrt{(4)^2 + (6)^2} = 7.21 \text{ نيوتن}$$

$$= 7.21 \text{ نيوتن}$$



٨ ١

الحل

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 1}{2 + 2 + 1} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2 + 1 \times 2 + 2 \times 1}{2 + 2 + 1} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{مركز الثقل} = \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

١٢ ب

الحل

من هندسة الشكل :

$$١٢ = \sqrt{٢٥ - ٢١٣} = ٤٩$$

$$\therefore ٨ = ١٢ \times \frac{٢}{٣} = ٨ \text{ سم}$$

∴ الصفحة متزنة تحت تأثير

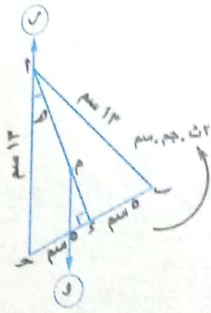
ازدواج معيار عزمه ٢٠٠ ث.جم.سم

∴ القوتان (س، و) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى

$$٢٠٠ - = \text{جم.سم}$$

$$\therefore ٢٠٠ - = ٨ \times \text{ما ه}$$

$$\therefore ٢٠٠ = \left(\frac{٥}{١٣}\right) \times ٨ \times ٩ \therefore ٦٥ = ٩ \text{ ث.جم}$$



١٤ ب

الحل

$$\therefore \text{ج} = \text{صفر}$$

∴ تمر بالنقطة ب

$$\therefore \text{ج} = ٨٤$$

$$\therefore ٨٤ = ٣ \times \text{ما ه}$$

$$\therefore \text{ج} = ١٠٠ -$$

$$\therefore ١٠٠ - = ٤ \times \text{ما ه} + ٣ \times \text{ما ه}$$

من (١)، (٢) :

$$\therefore ١٠٠ - = ٤ \times \text{ما ه} + ٨٤$$

$$\therefore ٤ \times \text{ما ه} = ١٨٤ - \therefore ٤٦ = \text{ما ه}$$

$$\therefore \frac{٨٤}{٤٦} = \frac{\text{ما ه}}{\text{ما ه}} \therefore \frac{٨٤}{٤٦} = ١٨٨ \text{ د} \therefore ١٨٨ = \text{د}$$

$$\therefore ٥٤ = \text{و نيوتن}$$

حل آخر :

$$\text{نفرض أن } \vec{w} = \vec{l} \times \vec{s} + \vec{e} \times \vec{v}$$

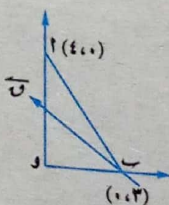
$$\therefore \vec{w} \cdot \vec{w} = \vec{w} \cdot (\vec{l} \times \vec{s} + \vec{e} \times \vec{v})$$

$$\therefore \vec{w} \cdot \vec{w} = (\vec{l} \cdot \vec{e}) \times (\vec{s} \cdot \vec{v})$$

$$\therefore ٨٤ = \vec{e} \cdot \vec{s}$$

$$\therefore ٢٨ = \vec{e} \cdot \vec{v}$$

$$\therefore \vec{w} \cdot \vec{w} = \vec{w} \cdot (\vec{l} \times \vec{s} + \vec{e} \times \vec{v})$$



٩ ب

الحل

عندما يكون الجسم على وشك الحركة لأسفل :

$$\therefore ٢٠٠ \text{ ما ه} = \text{س}$$

$$\therefore ٢٠٠ \text{ ما ه} = \text{س} + ٨٠$$

$$\therefore \frac{٨٠ - ٢٠٠ \text{ ما ه}}{٢٠٠ \text{ ما ه}} = \text{س}$$

عندما يكون الجسم على وشك الحركة لأعلى :

$$\therefore ٢٠٠ \text{ ما ه} = \text{س}$$

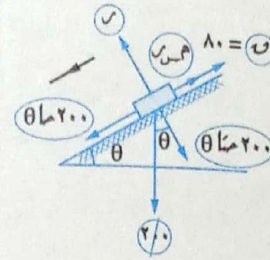
$$\therefore ١٢٠ = \text{س} + ٢٠٠ \text{ ما ه}$$

$$\therefore \frac{١٢٠ - ٢٠٠ \text{ ما ه}}{٢٠٠ \text{ ما ه}} = \text{س}$$

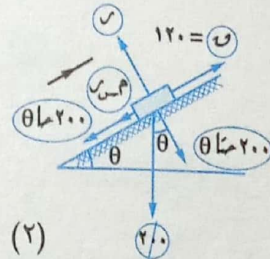
$$\text{من (١)، (٢) : } \therefore ٢٠٠ \text{ ما ه} - ١٢٠ = ٨٠ - ٢٠٠ \text{ ما ه} \therefore \frac{١}{٢} = \theta$$

$$\therefore ٢٠٠ = \theta \text{ ما ه}$$

$$\therefore ٣٠ = (\theta \text{ د})$$



(١)



(٢)

١٠ ب

١١ ا

الحل

$$\therefore ٨ + ٢ + ٦ + ٤ = \text{ج}$$

$$\therefore ٢٠ = \text{ث.كجم}$$

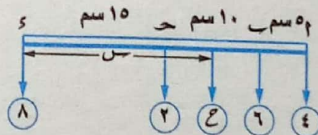
ومجموع عزوم القوى حول النقطة و

= عزم المحصلة حول النقطة و

$$\therefore ١٥ \times ٢٠ = ١٥ \times ٢ + ٢٥ \times ٦ + ٣٠ \times ٤$$

$$\therefore \text{س} = ١٥$$

المحصلة تبعد مسافة ١٥ سم عن النقطة و ، ١٥ سم عن النقطة ٢



١٢ ج

الحل

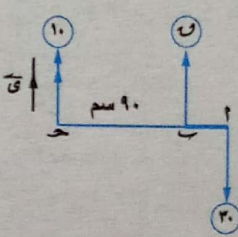
$$\therefore ١٠ = ٣٠ - \text{و}$$

$$\therefore ٤٠ = \text{و نيوتن}$$

$$\therefore ٩٠ \times ٤٠ = (٩٠ + \text{ب}) \times ٢٠$$

$$\therefore ١٢٠ = ٩٠ + \text{ب}$$

$$\therefore ٣٠ = \text{ب سم}$$





١٧ د

الحل

القوى تكافئ الازدواج

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = \vec{r}_3 = \vec{r}_4$$

$$(2-4) \times (1,0) + (1,1) \times (0,1) = 0$$

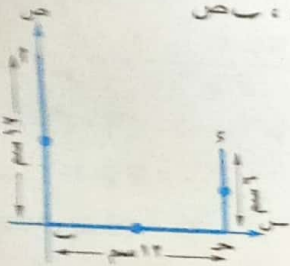
$$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 + \vec{r}_3 + \vec{r}_4 = 0$$

١٨ ا

الحل

بأخذ الاتجاهين المتعامدين  $\vec{r}_1, \vec{r}_2$

في اتجاهي  $\vec{r}_1, \vec{r}_2$

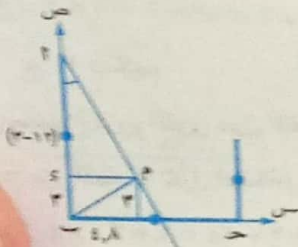


الكتلة	١٢ ك	٦ ك	١٢ ك
س	٠	١٢	٦
ص	٦	٣	٠

$$x_{cm} = \frac{0 \times 12 + 12 \times 6 + 6 \times 12}{12 + 6 + 12} = 4.8$$

$$y_{cm} = \frac{6 \times 12 + 3 \times 6 + 0 \times 12}{12 + 6 + 12} = 3$$

∴ مركز ثقل السلك يبعد عن  $\vec{r}_1$  مسافة ٤.٨ سم



ويبعد عن  $\vec{r}_2$  مسافة ٣ سم

عند التعليق من  $\vec{r}_1$ :

$$\frac{4.8}{3-12} = (م د س)$$

$$\vec{r}_1 = (م د س) = 28.8$$

١٩ ا

الحل

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = \vec{r}_3 = \vec{r}_4$$

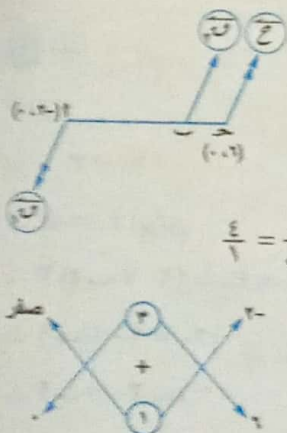
$$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = \vec{r}_3 = \vec{r}_4 = 8$$

$$\frac{4}{1} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{4}{1} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{4}{1} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{4}{1} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{4}{1} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{4}{1} = \frac{1}{4}$$

$$(0, 4) = \vec{r}_1$$



$$\vec{r}_1 = (2, 4) \times (4, 2) = 10$$

$$10 = 4 + 8 \Rightarrow 10 = 4 + 8$$

$$4 = 10$$

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = \vec{r}_3 = \vec{r}_4$$

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = \vec{r}_3 = \vec{r}_4 = 10$$

٥٤ نيوتن

$$180^\circ - 17^\circ = 163^\circ$$

١٥ ب

الحل

القوى تعمل في اتجاه دورى واحد

$$2 = \frac{2}{1} = \frac{2}{1} = \frac{16}{8} = \frac{22}{11}$$

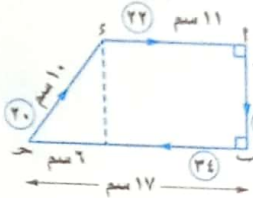
المجموعة تكافئ ازدواجاً

قياسه الجبرى ج

$$2 \times 2 = 4$$

$$2 \times 8 \times (11 + 17) = 448$$

∴ معيار عزم الازدواج = ٤٤٨ ثجم.سم

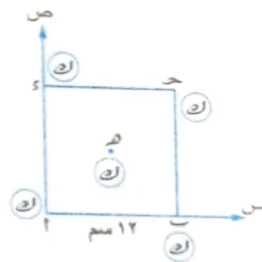


١٦ د

الحل

باختيار اتجاهين متعامدين

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = \vec{r}_3 = \vec{r}_4$$



الكتلة	١٢ ك	١٢ ك	١٢ ك	١٢ ك
س	٠	١٢	١٢	٠
ص	٠	١٢	١٢	٠

$$6 = \frac{0 \times 12 + 12 \times 12 + 12 \times 12}{12 + 12 + 12 + 12} = 6$$

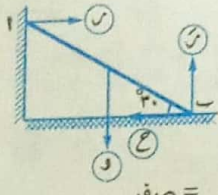
$$6 = \frac{0 \times 12 + 12 \times 12 + 12 \times 12}{12 + 12 + 12 + 12} = 6$$

∴ مركز الثقل = (6, 6)

∴ بعد مركز الثقل عن  $\vec{r}_1 = 6$  سم

٢٥ د

الحل



نفرض أن رد الفعل العمودي عند ب هو  $\vec{R}$

$$\vec{R} = 32 \text{ ن} = 32 \text{ ن} \quad \vec{R} = 0$$

$\therefore \vec{R} = 0$  صفر

$$\therefore \vec{R} = 32 \text{ ن} = 32 \text{ ن} \quad \vec{R} = 0$$

$$\therefore \vec{R} = 32 \text{ ن} = 32 \text{ ن} \quad \vec{R} = 0$$

$$\therefore \vec{R} = 16 \text{ نيوتن}$$

### النموذج العشرون

١ ج

الحل

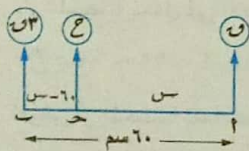
$$\vec{R} = (2, 0) \times (1, -2) = 2 \times (-1) - 0 \times (-2) = -2$$

$$\therefore \text{طول العمود الساقط من ب} = \frac{||\vec{R}||}{||\vec{u}||} = \frac{2}{\sqrt{1+4}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{5}} \text{ وحدة طول}$$

٢ ج

الحل



$$\vec{R} = 30 \times 60 - 40 \times 60 = -600$$

$$\therefore \vec{R} = 180 \text{ سم}$$

$$\therefore \vec{R} = 40 \text{ سم}$$

٣ ب

الحل

$\therefore$  القوتان تكونان ازدواج

$$\therefore \vec{u} + \vec{v} = 0$$

$$\therefore \vec{u} = -\vec{v} \quad \vec{u} = 9, \vec{v} = -9$$

$$\therefore \vec{u} + \vec{v} = 1$$

٤ د

الحل

$$\vec{R} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5} \text{ ن} = \sqrt{5} \text{ ن}$$

٢٠ ب

الحل

$$\therefore \vec{R} = 9 \times 9 = 81$$

$$\therefore \vec{R} = 16 \times 16 = 256$$

$$\text{بقسمة (١) على (٢)} \quad \therefore \frac{81}{256} = \frac{9}{16}$$

$$\therefore \frac{9}{16} = \frac{9}{16} \quad \therefore \frac{9}{16} = \frac{9}{16}$$

٢١ ب

الحل

كتلة المربع ٤٠٠ جم عند مركزه

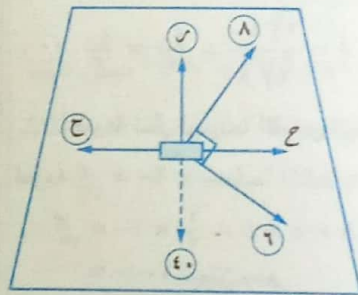
$$(8, 8)$$

$$\therefore \vec{R} = \frac{8 \times 100 + 8 \times 400}{100 + 400} = 8$$

$$\therefore \vec{R} = \frac{16 \times 100 + 8 \times 400}{100 + 400} = 9.6$$

$\therefore$  مركز الثقل يقع عند النقطة (٩, ٦, ٨)

٢٢ ب



$$\vec{R} = 26 + 64 = 90$$

$$10 =$$

$\therefore$  الجسم متزن

$\therefore$  ح (الاحتكاك)

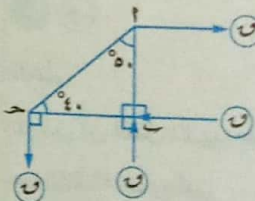
$$40 = \vec{R}, 10 = \vec{R}$$

$$\therefore \vec{R} \geq 10 \text{ (الجسم متزن)}$$

$$\therefore 40 \geq 10 \quad \therefore \frac{1}{4} \leq \vec{R}$$

٢٣ ج

الحل



$$\therefore \vec{u} (د) > \vec{v} (د) \quad \therefore \vec{u} > \vec{v}$$

$$\therefore \vec{u} > \vec{v}$$

$\therefore$  المجموعة تكافئ ازدواج قياسه

$$\text{الجبري} \quad \vec{u} \times \vec{v} = \vec{v} \times \vec{u}$$

$$\vec{u} = (\vec{v} - \vec{u}) \text{ «أكبر من الصفر» موجب}$$

٢٤ ب



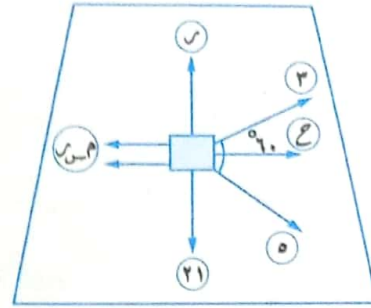
٥ د

الحل

$$ع = 3 \times (120 + 90 \sqrt{2} \sin 45^\circ - 30) = 540 \text{ نيوتن. سم.}$$

٦ ب

الحل



$$ع = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2} = 7 \text{ نيوتن.}$$

∴ الجسم على وشك الحركة

$$∴ 7 \text{ م.س} = 7 \text{ م.س} \times 21$$

$$∴ 7 \text{ م.س} = \frac{1}{3}$$

٧ ا

الحل

$$\text{مجموع القوى لأعلى} = 4 + 5 + 3 = 12 \text{ كجم}$$

$$\text{مجموع القوى لأسفل} = 10 + 6 = 16 \text{ كجم}$$

∴ المحصلة تعمل في الاتجاه لأسفل

$$ع = 16 - 12 = 4 \text{ كجم}$$

نفرض أن المحصلة تعمل عند نقطة تبعد مسافة س عن النقطة هـ

∴ مجموع عزوم القوى حول النقطة هـ

= عزم المحصلة حول النقطة هـ

$$∴ 3 \times 30 - 20 \times 6 + 10 \times 5 - 5 \times 10 = -4 \times س$$

$$∴ س = 1.25 \text{ سم}$$

∴ المحصلة تبعد مسافة 1.25 سم عن الطرف هـ

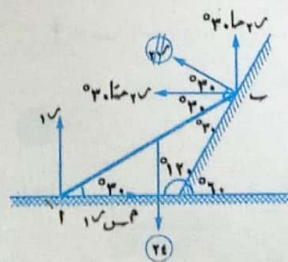
٨ د

الحل

معادلات الاتزان :

$$(1) \text{ م.س} = \frac{3\sqrt{2}}{2} = 1 \text{ م.س}$$

$$(2) \frac{1}{3} = 1 \text{ م.س} + 24$$



$$ع = 1 \text{ م.س}$$

$$∴ \text{ صفر} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 1 \text{ م.س} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{3} \times 24 = \text{ صفر}$$

$$∴ 12 = 1 \text{ م.س}$$

∴ رد فعل المستوى المائل = 12 كجم

$$\text{من (2) : } 24 = 1 \text{ م.س} + 6 \text{ م.س} \quad ∴ 18 = 1 \text{ م.س}$$

$$\text{من (1) : } 12 \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = 18 \times \text{ م.س} \quad ∴ \frac{3\sqrt{2}}{2} = \text{ م.س}$$

$$∴ 18 \text{ م.س} = 3\sqrt{2} \times 6 \quad ∴ \frac{3\sqrt{2}}{2} = \text{ م.س}$$

$$\text{رد فعل الأرض (ر)} = \sqrt{(1 \text{ م.س})^2 + (18 \text{ م.س})^2} = \sqrt{325} \text{ م.س}$$

$$= 12 \times 3\sqrt{2} \text{ كجم}$$

٩ ا

الحل

من هندسة الشكل :

$$ب = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$$

∴ القوى تعمل في اتجاه دورى واحد

$$∴ \frac{8}{5\sqrt{2}} = \frac{40}{5\sqrt{2}} = \frac{4}{5} \quad ∴ 8 = \frac{4}{5} \times 40 = 32$$

∴ المجموعة تمثل ازدواجاً القياس الجبرى

لعزمه ج = 2 - مساحة المثلث × 8

$$∴ ج = 2 - 8 \times 5 \times 5 \times \frac{1}{2} = -100$$

$$= -200 \text{ نيوتن. سم}$$

نفرض القوتين (ع، ح) تعملان عند ب ، ح تكونان ازدواجاً

قياسه الجبرى ج = ٢

$$∴ \text{ المجموعة متزنة. } ∴ ج + ٢ = ٠$$

$$∴ ج = ٢ = 200 \quad ∴ 200 \times ٢ = ٤٠٠$$

$$∴ ٢ = 20 \times 2\sqrt{2} \text{ نيوتن.}$$

١٠ ج

الحل

نفرض أن الثقل الذى يعلق

عند النقطة ب ويكون

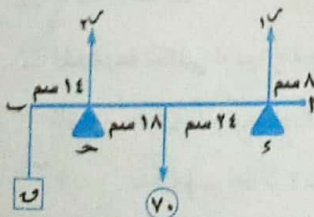
القضيب على وشك

الانقلاب هى ح

$$∴ ١ = ١$$

$$∴ 14 \times ١ = 18 \times 70$$

$$∴ ٩٠ = ١ \text{ نيوتن.}$$



بالتعويض في (١) :  $\therefore \frac{3\sqrt{2}}{2} - \epsilon = \frac{3\sqrt{2}}{2} + \epsilon$   
 $\therefore \frac{3\sqrt{2}}{2} \epsilon = \frac{3\sqrt{2}}{2}$   
 $\epsilon = 1$   
 من (٢) :  $\therefore \epsilon = 8$  ميا  $8 = 30^\circ \times 3\sqrt{2} \epsilon - 30^\circ \times 3\sqrt{2} \epsilon$  ث كجم.

١٤ ١

الحل

من هندسة الشكل :

$$(0, 3, 0) = \vec{s}, (4, 0, 2) = \vec{p}$$

$$(4, -3, 2) = \vec{p} - \vec{s} = \vec{sp}$$

$$\frac{\vec{sp}}{\|\vec{sp}\|} \times \vec{rs} = \vec{rs}$$

$$\frac{(4, -3, 2)}{\sqrt{(4-)^2 + (-3)^2 + (2-)^2}} \times 29\sqrt{10} =$$

$$(4, -3, 2) =$$

$$\vec{rs} \times \vec{sp} = \vec{rs} \therefore$$

$$(4, 0, 2) = \vec{sp} - \vec{rs} = \vec{rs}$$

$$(4, -3, 2) \times (4, 0, 2) = \vec{rs} \therefore$$

$$\begin{vmatrix} \vec{rs} & \vec{sp} & \vec{rs} \\ 4 & 0 & 2 \\ 4 & -3 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$\vec{rs} 120 + \vec{sp} 60 =$$

١٥ ج

الحل

$$(9 + 240) \times 40 = 9 \times 100$$

$$9 \times 40 + 960 = 9 \times 100 \therefore$$

$$9 \times 160 = 9 \times 100$$

١٦ ١

الحل

مساحة الجزء المقطوع

$\Delta$  ح م س :

مساحة المربع

$$1 = \epsilon$$

$$\left( \frac{48 + 48 + 24}{3}, \frac{48 + 48 + 24}{3} \right) = \left( \frac{120}{3}, \frac{120}{3} \right) = (40, 40)$$

١١ ١

الحل

الجسم على وشك الحركة.

$$14 = 1, 7 = 1$$

$$7 = 14 \times$$

$$\frac{1}{2} = 1$$

الجسم بعد وضع الصنج :

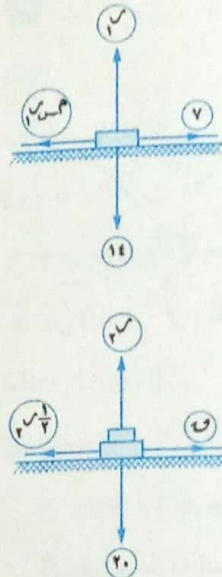
الجسم على وشك الحركة.

$$1 = \frac{1}{2}$$

$$20 = 1$$

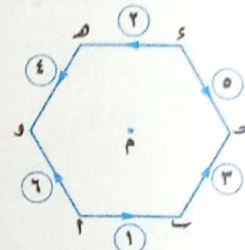
$$1 = 20 \times \frac{1}{2}$$

$$10 = 1 \text{ ث كجم} = 98 \text{ نيوتن}$$



١٢ ب

الحل



$$3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \times (1 + 6 - 4 + 2 + 5 - 2) = 3\sqrt{2} \text{ نيوتن سم}$$

$$3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \text{ نيوتن سم}$$

١٣ د

الحل

الجسم على وشك الحركة

عندما يميل المستوى على الأفقى

بزاوية قياسها  $30^\circ$

$$\frac{1}{2} = 30^\circ$$

الجسم على وشك الحركة لأعلى.

قوة الاحتكاك تعمل لأسفل

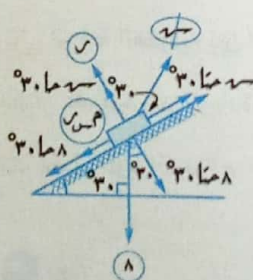
$$30^\circ \text{ ميا} = 30^\circ \text{ ميا} + 8$$

$$30^\circ \text{ ميا} = 30^\circ \text{ ميا} + 8$$

$$30^\circ \text{ ميا} - 30^\circ \text{ ميا} = 8$$

$$\frac{1}{2} = 8 \text{ ميا} - 30^\circ \text{ ميا}$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{2} - \epsilon =$$



(١)

(٢)

(٣)



٢٠

$$\left( \frac{48 + 24 + 0}{3}, \frac{0 + 24 + 0}{3} \right) = \text{مركز المثلث ح م ب}$$

$$(24, 8) =$$

ل	١	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
س	٢٤	٨	$\frac{1}{4}$
ص	٢٤	٤٠	$\frac{1}{4}$

$$\text{س م} = \frac{8 \times \frac{1}{4} + 24 \times \frac{1}{4} - 24 \times 1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 1} = 20 \text{ سم}$$

$$\text{ص م} = \frac{24 \times \frac{1}{4} + 40 \times \frac{1}{4} - 24 \times 1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 1} = 20 \text{ سم}$$

∴ مركز ثقل الصفيحة يبعد عن نقطة ب مسافة  $\sqrt{20^2 + 20^2}$

$$= 28.28 \text{ سم}$$

٢١

الحل

$$\text{س م} = \frac{0 \times 3 + 2 \times 2 + 2 \times 1}{3 + 2 + 1} = \frac{1}{3}$$

$$\text{ص م} = \frac{1 \times 3 + 1 \times 2 + 3 \times 1}{3 + 2 + 1} = \frac{4}{3}$$

∴ مركز الثقل هو  $\left( \frac{4}{3}, \frac{1}{3} \right)$

٢٢

الحل

∴ مجموعة القوى متزنة

$$\text{∴ ج م} = \text{ص م} = 0$$

$$\text{∴ ج م} = 3 \text{ دايين}$$

$$\text{∴ ج م} = 2 \text{ دايين}$$

$$\text{∴ ج م} = 1 \text{ دايين}$$

٢٣

الحل

$$\text{س م} = \frac{6 \times 2 + 12 \times 3 + 0 \times 1}{3 + 2 + 1} = 8$$

$$\text{ص م} = \frac{\sqrt{6} \times 2 + 0 \times 3 + 0 \times 1}{3 + 2 + 1} = \sqrt{2}$$

∴ مركز الثقل  $(\sqrt{2}, 8)$

٧٤

الحل

من هندسة الشكل :

$$64 = 18 \times 3 \text{ م} \Rightarrow 30 = 27 \text{ سم}$$

$$\text{∴ م م} = \frac{2}{3} \times 27 = 18 \text{ سم}$$

القوتان (١٠٠، ٣) تكونان ازدواجاً

قياسه الجبرى ج

$$\text{ج م} = 9 \times 3 - 100 = -81$$

$$-81 = 9 \times 3 \text{ ث.جم.سم}$$

∴ الصفيحة متزنة تحت تأثير ازدواجين ج، ج

$$\text{∴ ج م} + \text{ج م} = 0 \quad \text{∴ ج م} = 81 \text{ ث.جم.سم}$$

$$\text{∴ معيار عزم الازدواج ج م} = 81 \text{ ث.جم.سم}$$

٢٤

الحل

$$3 = |3 - 3|$$

$$\text{∴ ج م} > 3$$

$$3 \pm 0 = 3$$

$$3 \pm 3 = 6$$

$$\text{∴ ج م} \in \{2, 8\}$$

$$\text{∴ ج م} = 2, 8$$

٢٥

الحل

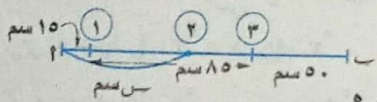
$$\text{∴ المسافة العمودية بين القوتين} = \frac{120}{3} = 40 \text{ سم}$$

مقدار كل قوة بعد الزيادة = 35 نيوتن.

$$\text{∴ مقدار عزم الازدواج} = 40 \times 35 = 1400 \text{ نيوتن.سم}$$

٢٦

الحل



نفرض أن الكتلة ٢ كجم

توضع على بعد ٣ سم من ١

∴ مجموع عزوم القوى حول ١ = عزم المحصلة حول ١

$$70 \times 6 = 100 \times 3 + 3 \times 2 + 10 \times 1$$

$$\text{∴ ج م} = 67.5 \text{ سم}$$

٢٤ د

الحل

∴ القضيب على وشك الانزلاق

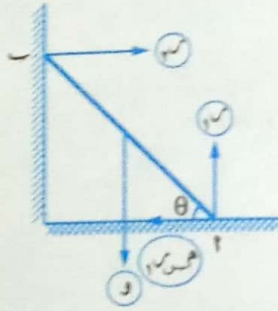
$$\therefore r_1 = 0, r_2 = \frac{1}{4}, r_3 = \frac{1}{4} \text{ و } \frac{1}{4}$$

$$r_4 = \text{صفر}$$

$$\therefore r_1 \times L \sin \theta = 0 \text{ و } \frac{1}{4} \times L \sin \theta$$

$$\frac{1}{4} \times 0 = \theta \times \frac{1}{4} \text{ و } \sin \theta$$

$$\therefore \theta = 0$$



٢٥ ١

الحل

∴  $\vec{v} //$  المستقيم ل

$$\therefore r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 0 \text{ نيوتن سم}$$

$$\therefore r_1 + r_2 = 20 \text{ و } r_3 + r_4 = 20$$

$$\therefore r_1 = 0 \text{ و } r_2 = 20$$

$$\therefore r_1 + r_2 + r_3 + r_4 = 20 + 20 = 40 \text{ نيوتن سم}$$

$$= 12 \text{ نيوتن سم}$$



**made by Mansy**

صلى ع النبي وإدعيلى دعوة حلوة

**#دفعة المنوفية 2022**

**#قناة تالتة ثانوى 2022**